Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. Академіка С. Дем'янчука

С.М.Сабадош

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ РОСТОМ І ВАГОЮ ДІТЕЙ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Модель 81КІН-М53

Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р.М. Літнарович

Рівне, 2010

УДК 519.2

Сабадош С.М. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель 81КІН-М55.МЕГУ, Рівне, 2009, -62 с.

Рецензент: С.В. Лісова, доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор.

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕГУ

На основі результатів експериментальних досліджень побудована математична модель залежності ваги дитини від її росту у вигляді поліному першого степеня по способу найменших квадратів.

В даній роботі генеруються середні квадратичні похибки, які приводяться до заданих нормованих, будується спотворена модель, зрівноважується по способу найменших квадратів. Знаходяться ймовірніші значення коефіцієнтів «а», «в», поліному першого степеня апроксимуючої математичної моделі.

Робиться оцінка точності і даються узагальнюючі висновки. Застосований метод статистичних випробовувань Монте Карло дав можливість провести широкомасштабні дослідження і набрати велику статистику.

Для студентів і аспірантів педагогічних вузів

Зміст

Передмова

За результатами експериментальних досліджень, знаючи вагу і ріст 200 дітей будується математична модель залежності ваги дітей від їх росту у вигляді поліному першого степеня.

Вихідними даними для проведення досліджень в даній роботі береться ріст (X_i) і вага ($У_i$).

За цими даними була побудована математична модель у вигляді поліному першого степеня способом найменших квадратів. Дану модель приймали за істинну модель.

В даній монографії генеруються випадкові числа, знаходиться коефіцієнт пропорційності К і дані випадкові числа псевдо випад до середньої квадратичної похибки 0,5 см , що відповідає точності визначення росту дітей.

Будується спотворена модель, яка зрівноважується по способу найменших квадратів.

Дається оцінка точності елементів, зрівноважених процедурою способу найменших квадратів. Робляться узагальнюючі висновки.

Для студентів і аспірантів педагогічних ВНЗ. Може бути корисною для вихователів дитсадків, вчителів, педагогів, наукових працівників освіти.

РОЗДІЛ І

1.1.Розробка теоретичної бази досліджень

Формула прямолінійної залежності має вигляд

$$\mathbf{y} = a + \mathbf{bx}, \qquad (1.1)$$

або, якщо $a = 0$,

$$\mathbf{y} = \mathbf{bx}. \qquad (1.2)$$

Застосуємо спосіб найменших квадратів для апроксимації рівнянням прямолінійної залежності 1.1) за двома рядами результатів експериментальних досліджень x_i, y_i, приведених в табл. 1, де x_i приймаються величинами безпомилковими.

Необхідно так підібрати функцію

$$\varphi(x_i) = b\,x_i + a\,, \qquad (1.3)$$

щоб коефіцієнти a і b були вірогіднішими.

У відповідності з вимогою способу найменших квадратів, для цього необхідно, щоб сума квадратів відхилень отриманих значень y_i від $\varphi(x_i)$, була мінімальною

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = \min. \qquad (1.4)$$

Вирази відхилень спостережених значень y_i від $\varphi(x_i)$ в розгорнутому вигляді будуть

$$\begin{aligned} &y_1 - bx_1 - a = \varepsilon_1,\\ &y_2 - bx_2 - a = \varepsilon_2, \qquad (1.5)\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &y_n - bx_n - a = \varepsilon_n. \end{aligned}$$

Отримали систему n рівнянь , які називаються початковими. Підведемо до квадрату ліві і праві частини цих рівнянь, отримаємо

$$\begin{aligned} &(y_1 - bx_1 - a)^2 = \varepsilon_1{}^2,\\ &(y_2 - bx_2 - a)^2 = \varepsilon_2{}^2, \qquad (1.6)\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ &(y_n - bx_n - a)^2 = \varepsilon_n. \end{aligned}$$

Додавши ці рівності, отримаємо

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon^2. \qquad (1.7)$$

Щоб знайти його мінімум, необхідно взяти частинні похідні цього виразу по a і b і прирівняти їх нулю. Отримаємо два нормальних рівняння з двома невідомими

$$\frac{\partial}{\partial b}\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)x_i = 0, \qquad (1.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial a}\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - a)^2 = 2\sum_{i=1}^{n}(y_i - bx_i - b) = 0.$$

Після скорочення на 2 і зміни знака будемо мати

$$b\sum_{i=1}^{n}x_i^2 + a\sum_{i=1}^{n}x_i - \sum_{i=1}^{n}y_i x_i = 0, \qquad (1.9)$$

$$b\sum_{i=1}^{n}x_i + na - \sum_{i=1}^{n}y_i = 0,$$

або, застосовуючи Гаусове позначення сум,

$$b[x^2] + a[x] - [yx] = 0, \qquad (1.10)$$
$$b[x] + na - [y] = 0.$$

Рішення цих нормальних рівнянь дає вірогідніше значення коефіцієнтів a і b

$$b = \frac{n[yx]-[x][y]}{n[x^2]-[x][x]}, \qquad (1.11)$$
$$a = \frac{[x^2][y]-[[yx][x]}{n[x^2]-[x][x]}.$$

Коефіцієнт a може бути визначений із формули (1.10)

$$a = \frac{[y]}{n} - \frac{[x]}{n}. \qquad (1.12)$$

Після підстановки (1.11) в (1.1) отримаємо вірогідніше значення шуканої функції, яку завжди будемо позначати через φ(x)

$$\varphi(x) = \frac{n[yx]-[x][y]}{n[x^2]-[x][x]}x + \frac{[x^2][y]-[[yx][x]}{n[x^2]-[x][x]}. \qquad (1.13)$$

Задача вирішена.

1.2.Зрівноваження графічним шляхом

Якщо в (1.13) підставити замість x середнє арифметичне його значення із ряду визначень [x]/n , то після перетворень отримаємо

$$\varphi(\frac{[x]}{n}) = \frac{[y](n[x^2]-[x][x])}{(n[x^2]-[x][x])n} = \frac{[y]}{n}. \qquad (1.14)$$

Таким чином, точка з координатами $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$ завжди лежить на шуканій прямій.

По аналогії , підставивши у (1.13) $\frac{[x^2]}{n}$ замість x, отримаємо

$$y = \frac{[xy]}{[x].} \qquad (1.15)$$

Значить, точка з координатами $\frac{[x^2]}{[x]}, \frac{[xy]}{[x]}$ також завжди лежить на рівнянні прямої.

Таким чином, нам відомі координати двох точок, які завжди лежать на ймовірнішій прямій. Це дає можливість без обчислень коефіцієнтів a і b побудувати графік шуканої кривої, тобто виконати зрівноваження графічним шляхом. Обчислення координат першої точки $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$ ніяких труднощів не представляє. Обчислення координат другої точки $\frac{[x^2]}{[x]}, \frac{[xy]}{[x]}$ в деяких випадках може бути затрудненим. Тоді шукану пряму можна провести через першу точку $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$ таким чином, щоб ця пряма розмістилася як можна ближче до всіх експериментальних точок, нанесених попередньо на графік.

1.3. Контроль зрівноваження

Підставимо в отримане ймовірніше рівняння

$$\varphi(x_i) = b\,x_i + a \qquad (1.15)$$

визначені значення аргумента $x_1, x_2, ..., x_n$, будемо мати ймовірніше значення функції $\varphi(x_i)$, відмінні від результатів визначень на невеликі величини

$$bx_1 + a - y_1 = \varepsilon_1,$$
$$bx_2 + a - y_2 = \varepsilon_2, \qquad (1.16)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$bx_n + a - y_n = \varepsilon_n.$$

Підведемо до квадрату праві і ліві частини рівностей (1.16) і додамо їх

$$\begin{gathered} b^2[x^2] + na^2 + [y^2] + 2ab[x] - 2b[yx] - 2a[y] = \\ b(b[x^2] + a[x] - [yx]) + a(b[x] + na - [y]) + [y^2] - \\ b[yx] - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \end{gathered} \qquad (1.17)$$

Звідси, на основі (1.1)

$$[y^2] - b[yx] - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.18)$$

Рівняння (1.18) являється контрольним і служить для перевірки всіх обчислень процедури зрівноваження, включаючи і складання нормальних рівнянь.

Другим контрольним рівнянням для даного випадку буде друге нормальне рівняння

$$b[x] + na - [y] = [\varepsilon] = 0. \qquad (1.19)$$

За допомогою (1.19) контролюється тільки правильність рішення нормальних рівнянь.

Рішення задачі при прямолінійній залежності не являється складним. Але все ж при великому числі визначень n і великих значеннях x і y обчислювальні роботи можуть бути громіздкими.

1.4. Розробка прийомів спрощення і раціоналізації обчислювальних робіт

Одним із ефективних прийомів раціоналізації обробки матеріалів є метод перетворення координат за допомогою паралельного переміщення координатної сітки до суміщення початку координат з точкою $\frac{[x]}{n}, \frac{[y]}{n}$.

Зв'язок між новими і старими координатами виражається формулами

$$x_i' = x_i - \frac{[x]}{n}, \qquad (1.20)$$
$$y_i' = y_i - \frac{[y]}{n}.$$

При такому перетворенні будемо мати

$$\begin{gathered} [x'] = [y'] = 0, \\ [y'x'] = [yx] - \frac{[y][x]}{n}, \\ [x'^2] = [x^2] - \frac{[x][x]}{n}. \end{gathered} \qquad (1.21)$$

Це витікає із (1.19). Звідси

$$b' = \frac{[x'][y']}{[x'^2]} \ , \qquad (1.22)$$
$$a' = 0, \qquad (1.23)$$
$$y' = b'x'. \qquad (1.24)$$

Легко доказати що

$$\begin{gathered} b = b', \\ a = \frac{[y]}{n} - b'\frac{[x]}{n}. \end{gathered} \qquad (1.25)$$

Для цього (1.21) підставимо у (1.24)

$$y - \frac{[y]}{n} = \frac{n[yx] - [x][y]}{n[x^2] - [x][x]}\left(x - \frac{[x]}{n}\right).$$

Після перегрупування отримаємо

$$y = b'x + \frac{[y]}{n} - b'\frac{[x]}{n}. \qquad (1.26)$$

Порівнюючи коефіцієнти при однакових степенях рівнянь (1.15) і (1.26), бачимо, що

$$\begin{gathered} b = b', \\ a = \frac{[y]}{n} - b'\frac{[x]}{n}. \end{gathered} \qquad (1.27)$$

На практиці у зв'язку із заокругленням сум $\frac{[x]}{n},\frac{[y]}{n}$, суми $[y'],[x']$ не дорівнюють точно нулям, а бувають малими величинами, якими, як правило, можна нехтувати і користуватися формулами (1.22) і (1.25). В рідких випадках необхідно вводити в обчислення величини $[y'],[x']$.

Контрольна формула буде мати вигляд

$$[y^2]-([y'x']+\frac{[y][x]}{n})b-[y]a=[\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.28)$$

Другий метод, який веде до спрощення обчислень , заключається в тому , що розраховують за способом найменших квадратів поправки до наближених значень коефіцієнтів a_1 і b_1.

Наближене значення коефіцієнта обчислюють по двом експериментальним точкам , далеко розташованим одна від другої

$$b_1=\frac{y_i-y_p}{x_i-x_p}. \qquad (1.29)$$

Наближене значення вільного члена визначають за формулою

$$a_1=\frac{[y]}{n}-b_1\frac{[x]}{n}. \qquad (1.30)$$

Наближене рівняння буде

$$y'=xb_1+a_1. \qquad (1.31)$$

Віднімаючи (1.31) із (1.15) , отримаємо

$$y-y'=x(b-b_1)+a-a_1$$

або

$$\delta y=x\delta b+a. \qquad (1.32)$$

Підстановка визначених значень y_i,x_i у (1.32) приводить до системи n рівнянь

$$\begin{aligned}\delta y_1&=x_1\delta b+a.,\\ \delta y_2&=x_2\delta b+a,\\ &\dots\dots\dots\dots\\ \delta y_n&=x_n\delta b+a.\end{aligned} \qquad (1.33)$$

При цьому невідомими являються поправки $\delta a;\delta b$, які необхідно визначити за способом найменших квадратів.

Діючи аналогічно приведеному вище, отримаємо два нормальні рівняння

$$\begin{aligned}\delta b[x^2]+\delta a[x]-[x\delta y]&=0,\\ \delta b[x]+n\delta a-[\delta y]&=0,\end{aligned} \qquad (1.34)$$

рішення яких дає

$$\delta b=\frac{n[x\delta y]-[x][y]}{n[x^2]-[x][x]}, \qquad (1.35)$$

$$\delta a=\frac{[x^2][\delta y]-[x\delta y][x]}{n[x^2]-[x][x]}.$$

Поправку δa можна обчислити також за формулою

$$\delta a=\frac{[\delta y]}{n}-\delta b\frac{[x]}{n}. \qquad (1.36)$$

Коефіцієнти a і b знаходяться за формулами

$$\begin{aligned}b&=b_1+\delta b,\\ a&=a_1+\delta a.\end{aligned} \qquad (1.37)$$

Правильність обчислення a і b контролюється формулою

$$[(\delta b)^2-\delta b[x\delta y]-\delta a[\delta y]=[\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.39)$$

1.5. Обробка матеріалів при значеннях аргумента у рівних інтервалах

Розглянемо випадок, коли значення аргументу даються через рівні інтервали. При цьому вирази для сум , які входять у склад формул для визначення a і b , будуть

$$[x] = nx_1 + \chi \frac{n(n-1)}{2},$$
$$[x^2] = nx_1^2 + 2x_1\chi \frac{n(n-1)}{2} + \chi^2 \frac{n(n-1\}(2n-1)}{6}, \qquad (1.40)$$
$$[xy] = x_1[y] + \chi[(k-1)y_k],$$
де n- число пар визначень x і y ,χ- значення інтервалу , через який дається аргумент.

Підстановка значень цих сум у (1.11) дає
$$b = 12\frac{[(k-1)y_k] - \frac{n-1}{2}[y]}{\chi n(n-1)(n+1)}, \qquad (1.41)$$
$$a = 12\frac{\frac{n-1}{2}[y](x_1 + \chi\frac{2n-1}{3}) - [(k-1)y_k](x_1 + \chi\frac{n-1}{2})}{\chi nn(n-1)(n+1)},$$

або
$$a = \frac{[y]}{n} - b\frac{[x]}{n}.$$
Контрольна формула має вигляд
$$[y^2] - b(x_1[y] + \chi[(k-1)y_k]) - a[y] = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (1.42)$$
Формули (1.41) можна виразити за допомогою **кінцевих різниць**. Для цього представимо визначені значення функції y_i через кінцеві різниці
$$y_i = y_1 + \Delta y_1 + \Delta y_2 + ... + \Delta y_{i-1}. \qquad (1.43)$$
Виконавши построчне додавання рівностей (1.43), отримаємо
$$[y] = ny_1 + (n-1)\Delta y_1 + (n-2)\Delta y_2 + ... + \Delta y_{n-1},$$
або в загальному випадку
$$[y] = ny_1 + [(n-k)\Delta y_k], \qquad (1.44)$$
де значення k змінюється від 1 до n-1.

Аналогічним чином визначається і сума

$$[xy] = nx_1y_1 + x_1\{(n-1)\Delta y_1 + ... + n\Delta y_{n-1}\} +$$
$$y_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \chi\{\frac{n(n-1)}{2}\Delta y_1 + \frac{(n+1)(n-2)}{2}\Delta y_2 + ...$$
$$+ (n-1)\Delta y_{n-1}\},$$
або в загальному випадку
$$[xy] = nx_1y_1 + x_1[(n-k)\Delta y_k] + y_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \qquad (1.45)$$
$$\chi\frac{[(n+k-1)(n-k)\Delta y_k]}{2}.$$
Підставляючи у (1.11) значення сум відповідно із (1.40), (1.44) і (1.45) , будемо мати значення шуканих коефіцієнтів , виражених через кінцеві різниці
$$b = 6\frac{[k(n-k)\Delta y_k]}{\chi n(n-1)(n+1)},$$
$$a = y + \frac{[(n-k)\Delta y_k]}{n} - \qquad (1.46)$$
$$\frac{3[k(n-k)\Delta y_k]\{\chi(n-1) + 2y_1]}{\chi n(n-1)(n+1)}.$$
Для обчислення a можна, також, використати формулу
$$a = \frac{[y]}{n} - b\frac{[x]}{n}. \qquad (1.47)$$
Для контролю обчислень застосовується формула
$$[y^2] - b(nx_1y_1) + x_1[(n-k)\Delta y_k] + y_1\chi\frac{n(n-1)}{2} + \qquad (1.48)$$
$$\chi\frac{[(n+k-1)(n-k)\Delta y_k]}{2}) - a[y] = [\varepsilon\varepsilon].$$
В тому випадку, коли значення y_i достатньо великі, суму [y²] можна для полегшення обчислювальної роботи виразити через кінцеві різниці.

$$[y^2]=ny^2+[(n-k)\Delta y_k^2]+2y_1[(n-k)\Delta y_k]+ \quad (1.49)$$
$$2[\Delta y_i[\Delta y_j(n-j)]],$$

де k змінюється від1 до n-1 , i – від 1 до n-2,а значення j змінюється від +1 до n-1.

Шукане рівняння буде

$$\varphi(x)=bx+a. \quad (1.50)$$

Розглянемо ще випадок **визначення поправок** до коефіцієнтів a_1, b_1.

Для зрівноважу вальних обчислень по цьому способу скористаємося формулами (1.41), замінивши в них a, b, y відповідно на $\delta a, \delta b, \delta y$

$$\delta b=12\frac{[(k-1)\delta y_k]-\frac{n-1}{2}[\delta y]}{\chi n(n-1)(n+1)}, \quad (1.51)$$
$$\delta a=\frac{[\delta y]}{n}-\delta b\frac{[x]}{n}.$$

Коефіцієнти a, b розраховуються за формулами

$$b=b_1+\delta b,$$
$$a=a_1+\delta a. \quad (1.52)$$

Контрольна формула має вигляд

$$[y^2]-b\{y_1[\delta y]+\chi\frac{n(n-1)}{2}(b_1x_1+a_1)+$$
$$b_1\chi^2\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}+ \quad (1.53)$$
$$\chi[(k-1)\delta y_k]\}-a[y]=[\varepsilon\varepsilon].$$

Шукане рівняння буде

$$\varphi(x)=(b_1+\delta b)x+(a_1+\delta a). \quad (1.54)$$

У педагогіці і психології великим поширенням користується формула

$$\mathbf{y = bx,} \quad (1.55)$$

яка є частковим випадком повної формули (1.1) коли коефіцієнт a дорівнює нулю. За допомогою цієї формули виражається

залежність між рядом величин , досліджуваних у педагогіці і психології.

Пряма (1.55) проходить через початок координатної системи. Для визначення коефіцієнта b маємо одне нормальне рівняння

$$[yx]-b[x^2]=0. \quad (1.56)$$

Звідси

$$b=\frac{[yx]}{[x^2]}. \quad (1.57)$$

Зрівноважене рівняння має вигляд

$$\varphi(x)=\frac{[yx]}{[x^2]}x. \quad (1.58)$$

Правильність обчислень контролюється за допомогою формули

$$[y^2]-b[yx]=[\varepsilon\varepsilon]. \quad (1.59)$$

Замітимо, що пряма (1.58) проходить через точки (0,0), $((\frac{[x^2]}{[x]};\frac{[yx]}{[x]}),([x^2];[yx])$ і не може бути нанесена на координатну сітку без обчислення коефіцієнта b , хоча обчислення його і є достатньо простим.

При рівновідстоячих значеннях аргумента коефіцієнт b визначається формулою

$$b=\frac{x_1[y]+\chi[(k-1)y_k]}{nx_1+2x_1\chi\frac{n(n-1)}{2}+\chi^2\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}}. \quad (1.60)$$

Контрольна формула має вигляд

$$[y^2]-(x_1[y]+\chi\{(k-1)y_k])b=[\varepsilon\varepsilon]. \quad (1.61)$$

Через кінцеві різниці формула (1.57) виражається слідуючим чином

$$a=\frac{(x_1+\chi\frac{n-1}{2})([(n-k)\Delta y_k]+ny_1)+\chi\frac{[k(n-k)\Delta y_k]}{2}}{nx_1^2+x_1\chi n(n-1)+\chi^2\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}}. \quad (1.62)$$

Обчислення контролюються формулою

$$[y^2]-\{(x_1+\chi\frac{n-1}{2})([n-k)\Delta y_k]+ny_1)+ \qquad (1.63)$$
$$\chi\frac{[k(n-k)\Delta y_k}{2}\}b=[\varepsilon\varepsilon].$$

Спрощений метод обчислень , який знайшов собі значне використання , полягає у перетворенні рівняння (1.49) до виду

$$q=b \qquad (1.64)$$

шляхом ділення правої і лівої частин його на x, де

$$q=\frac{y}{x}.$$

Підставляючи у рівняння (1.64) результати визначень , отримаємо **систему початкових рівнянь**

$$b-\frac{y_i}{x_i}=\eta_i. \qquad (1.65)$$

Із цієї системи рівнянь утворюємо, з врахуванням вимог способу найменших квадратів, одне **нормальне рівняння**

$$nb=[\frac{y}{x}]=[q], \qquad (1.66)$$

із якого і визначається коефіцієнт b

$$b=\frac{[\frac{y}{x}]}{n}=\frac{[q]}{n}. \qquad (1.67)$$

Проміжний контроль виконується за допомогою рівності

$$[q^2]-b[q]=[\eta\eta]. \qquad (1.68)$$

Для **заключного контролю** служить формула

$$b(b[y^2]-2[qx^2])+[x^2q^2]=[\eta\eta xx]. \qquad (1.69)$$

Необхідно слідкувати за тим, щоб використання цього прийому не вело до пониження точності визначення кінцевих результатів.

РОЗДІЛ 2. Побудова спотвореної моделі

2.1.Представлення істинної моделі

За результатами строгого зрівноваження, отримана емпірична формула залежності ваги дітей У від їх росту Х (істинна модель)

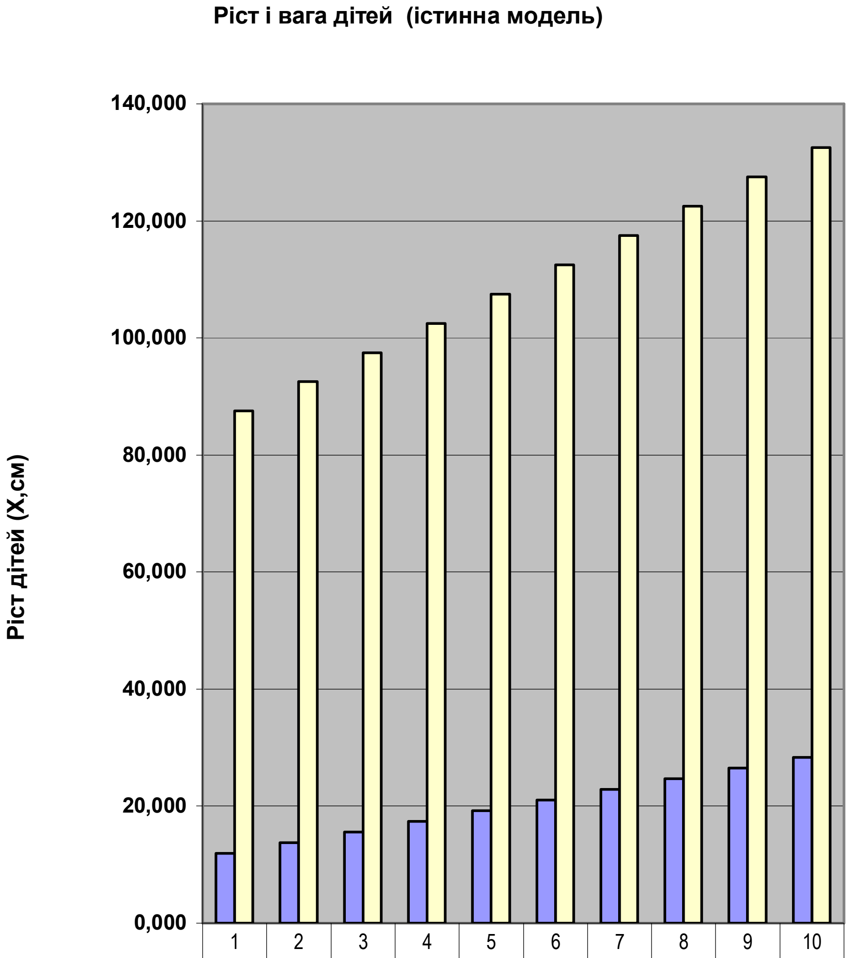
$$y'=-19{,}954233+0{,}364387x, \qquad (1.1)$$

Таблиця 1. Вихідні дані істинної моделі у табличному вигляді

№	Ріст,см ($\overline{x}$)	Вага в кг ($\overline{y}$)	$y'_{зрівноваж}$	$\varepsilon=y'_i-y_i$	ε^2
1	87,5	12,200	11,930	-0,2704	0,07312
2	92,5	14,428	13,752	-0,6765	0,45761
3	97,5	15,545	15,573	0,0285	0,00081
4	102,5	17,500	17,395	-0,1046	0,01094
5	107,5	18,857	19,217	0,3603	0,12984
6	112,5	20,167	21,039	0,8723	0,76085
7	117,5	22,300	22,861	0,5612	0,31495
8	122,5	24,286	24,683	0,3971	0,15771
9	127,5	26,000	26,505	0,5051	0,25509
10	132,5	30,000	28,327	-1,6730	2,79893
n=10	1100	201,283	201,283	0,0000	4,95985

За даними псевд. 1 побудуємо діаграму, за допомогою якої підберемо степінь апроксимуючого поліному. У нас не викликає сумнівів провести апроксимацію емпіричних даних поліномом першого степеня.

Побудувавши ймовірнішу модель по способу найменших квадратів і зробивши оцінку точності її елементів, в подальшому необхідно провести дослідження точності залежності ваги дітей від їх росту методом статистичних випробувань Монте Карло. Для цього необхідно генерувати істинні похибки за допомогою генератора випадкових чисел.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вага дітей (У,кг)	11,930	13,752	15,573	17,395	19,217	21,039	22,861	24,683	26,505	28,327
Ріст дітей (Х,см)	87,5	92,5	97,5	102,5	107,5	112,5	117,5	122,5	127,5	132,5

Вага дітей (У,кг)

2.2. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

Існує декілька таблиць псевдовипадкових чисел.

Користуючись даними таблицями , ми прийшли до висновку,що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олександром Олеговичем в його магістерській дипломній роботі, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича. Приймаючи до уваги, що дана таблиця була використана для побудови спотвореної моделі, її приводимо в додатках для того, щоб наші опоненти змогли перевірити побудову самої моделі.

Прийнято, що точність спостережень дорівнює половині шкали найменшої поділки.

Тому логічно генерувати випадкові похибки з точністю, яка б дорівнювала 0,5 см , тобто половині шкали найменшої поділки, якою змірювався ріст дітей.

Сучасні калькулятори мають "вшиті" генератори для генерування випадкових чисел від 0 до 1, але вони генерують числа тільки зі знаком "плюс".

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

1. Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдо випадкових) чисел ξ_i , натиском клавіш К, Сч, розраховують середнє арифметичне генерованих псевдо випадкових чисел ξ_{ip} .

$$\xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \xi_i}{n}, \qquad (2.1)$$

де n – сума випадкових чисел.

2. Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}, \qquad (2.2)$$

3. Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta'^2 i}{n}}, \qquad (2.3)$$

4. Обчислюють коефіцієнт пропорційності *К* для визначення істинних похибок необхідної точності

$$K = \frac{c}{m'_\Delta}, \qquad (2.4)$$

де С – необхідна нормована константа.
Так, наприклад, при $m_{\Delta'} = 0{,}28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю *c=0,5*, будемо мати

$$\mathrm{K}_{0,1} = \frac{0{,}5}{0{,}28} = 1{,}785,$$

5. Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K, \qquad (2.5)$$

6. Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_Δ генерованих істинних похибок Δ

$$m_\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} \Delta^2}{n}}, \qquad (2.6)$$

і порівняння

$$m_\Delta = C \qquad (2.7)$$

В даній монографії використані випадкові числа

Таблиця 2. Генерування псевдо-випадкових чисел і розрахунок істинних похибок

№	ξ_i	ξ_{cp}	$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$	Δ'^2_i	$\Delta_i = \Delta'_i \cdot К$	Δ_i^2
1	**0**	**0,447**	**-0,447**	**0,199809**	**-1,0783**	**1,16273481**
2	**0,52**	**0,447**	**0,073**	**0,005329**	**0,176**	**0,03101068**
3	**0,27**	**0,447**	**-0,177**	**0,031329**	**-0,427**	**0,18231070**
4	**0,62**	**0,447**	**0,173**	**0,029929**	**0,417**	**0,17416378**
5	**0,55**	**0,447**	**0,103**	**0,010609**	**0,24847**	**0,06173623**
6	**0,61**	**0,447**	**0,163**	**0,026569**	**0,393**	**0,15461116**
7	**0,31**	**0,447**	**-0,137**	**0,018769**	**-0,3305**	**0,10922115**
8	**0,4**	**0,447**	**-0,047**	**0,002209**	**-0,113**	**0,01285468**
9	**0,42**	**0,447**	**-0,027**	**0,000729**	**-0,0651**	**0,00424222**
10	**0,77**	**0,447**	**0,323**	**0,104329**	**0,77918**	**0,60711459**
n=10	**4,47**	**Суми**	**-6E-16**	**0,42961**	**-1,2E-15**	**2,50000000**

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0{,}42961}{10}} = 0{,}207$$

Коефіцієнт пропорційності

$$K = \frac{0,5}{0,207} = 2,415 \cdot$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,5$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{2,5}{10}} = 0,5$$

Таблиця 3. Побудова спотвореної моделі

№	Істинна модель		Δ_i	$x_{спотв.} = x_{іст.} + \Delta_i$
	$x_{іст}$	$y_{іст}$		
1	**87,5**	11,930	**-1,0783**	**86,4217**
2	**92,5**	13,752	**0,176**	**92,6761**
3	**97,5**	15,573	**-0,427**	**97,07302**
4	**102,5**	17,395	**0,417**	**102,9173**
5	**107,5**	19,217	**0,24847**	**107,7485**
6	**112,5**	21,039	**0,393**	**112,8932**
7	**117,5**	22,861	**-0,3305**	**117,1695**
8	**122,5**	24,683	**-0,113**	**122,3866**
9	**127,5**	26,505	**-0,0651**	**127,4349**
10	**132,5**	28,327	**0,77918**	**133,2792**
	1100	201,282	**-1,2E-15**	**1100**

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірніші моделі, яким роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз на основі якого заключають на предмет поширення даної моделі для рішення даної проблеми в цілому.

РОЗДІЛ 3. Побудова математичної моделі

1. Представлення системи нормальних рівнянь

У результаті проведеного експерименту ми маємо ряд результатів X_i, Y_i, функціональну залежність між якими будемо шукати за допомогою поліному степені К, де коефіцієнти a_i являються невідомими.

Тоді, система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned}
&na_0 + a_3[x] + a_2[x^2] + \ldots + a_m[x^m] - [y] = 0,\\
&a_0[x] + a_3[x^2] + a_2[x^3] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [xy] = 0,\\
&a_0[x^2] + a_1[x^3] + a_2[x^4] + \ldots + a_m[x^{m+1}] - [x^2 y] = 0,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_0[x^m] + a_1[x^{m+1}] + a_2[x^{m+2}] + \ldots + a_m[x^{2m}] - [x^m y] = 0,
\end{aligned} \qquad (3.1)$$

де знаком [ ] позначена сума відповідного елемента.
Для поліному першого степеня виду

$$y = a + вx \qquad (3.2)$$

Система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned}
&в[x^2] + a[x] - [yx] = 0,\\
&в[x] + na - [y] = 0,
\end{aligned} \qquad (3.3)$$

В подальшому будемо рішати систему лінійних нормальних рівнянь (3.3) одним із відомих в математиці способів.

2. **Встановлення коефіцієнтів нормальних рівнянь**

Приведемо розрахункову таблицю, на основі якої отримують коефіцієнти нормальних рівнянь.

Таблиця 4. Розрахунок коефіцієнтів нормальних рівнянь.

№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	x^0	x^2	xy	y^2
1	**86,4217**	11,930	1	7468,71	1031,011	142,325
2	**92,6761**	13,752	1	8588,86	1274,482	189,118
3	**97,07302**	15,573	1	9423,17	1511,718	242,52
4	**102,9173**	17,395	1	10591,98	1790,247	302,59
5	**107,7485**	19,217	1	11609,73	2070,602	369,29
6	**112,8932**	21,039	1	12744,88	2375,160	442,64
7	**117,1695**	22,861	1	13728,69	2678,612	522,6
8	**122,3866**	24,683	1	14978,49	3020,869	609,3
9	**127,4349**	26,505	1	16239,65	3377,661	702,52
10	**133,2792**	28,327	1	17763,34	3775,399	802,42
Σ	**1100**	201,282	10	123137,49	22905,762	4325,289

Таким чином, на основі проведених розрахунків нами отримана наступна система нормальних рівнянь

b[X ^{2}] + a[X] –[УХ] =0,   (4.1)

b[X] + na – [У] =0.

123137,49b + 1100a - 22905,762 =0,   (4.1‘)

1100b + 10.0a - 201,282 =0.

3. **Рішення системи лінійних рівнянь способом Крамера**

Нехай, маємо систему лінійних рівнянь

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_{1n} &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n &= b_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n &= b_n. \end{aligned} \qquad (5.1)$$

Для того, щоб із цієї системи визначити невідомі x, складемо із коефіцієнтів при невідомих визначних Δ, який називається визначником системи рівнянь (5.1).

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots a_{2n} \\ \ldots a_{n1} & \ldots a_{n2} & \ldots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.2)$$

Помножимо ліву і праву частини рівності (5.2) на x_i. В лівій частині будемо мати Δx_i, в правій же частині введемо у всі члени i -го стовпчика визначника $a_К$ і множник x_i

$$\Delta \cdot x_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1i}x_i \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2i}x_i \dots a_{2n} \\ \dots a_{n1} & \dots a_{n2} & \dots a_{ni}x_i \dots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.3)$$

Потім до i -го стовпчика визначника (5.3) додамо всі інші стовпчики, помножені відповідно на $x_1, x_2, \dots, x_n$. Величина визначника від цього не зміниться. Тоді i -стовпчик представить собою ліву частину системи рівнянь (5.1).

Замінимо його вільними членами цієї системи і позначимо через Δ_i

$$\Delta \cdot x_i = \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots b_1 \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots b_2 \dots a_{2n} \\ \dots a_{n1} & \dots a_{n2} & \dots b_n \dots a_{nn} \end{vmatrix} \qquad (5.4)$$

Звідки,

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots b_1 \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots b_2 \dots a_{2n} \\ \dots a_{n1} & \dots a_{n2} & \dots b_n \dots a_{nn} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \dots a_{2n} \\ \dots a_{n1} & \dots a_{n2} & a_{n3} \dots a_{nn} \end{vmatrix}}. \qquad (5.5)$$

Формула (5.5) дає можливість визначити кожне невідоме системи лінійних рівнянь (5.1).

Якщо вільні члени системи лінійних рівнянь рівні нулю, то вона буде системою лінійних однорідних рівнянь.

Система лінійних однорідних рівнянь може мати рішення відмінне від нульового, якщо визначник системи Δ не рівний нулю.

Нехай,

$$\mathbf{A=[xy]-1/n([x][y]),} \quad \mathbf{B=[X^2]-1/n([x]^2),} \quad \mathbf{C=[У^2]-1/n([У]^2).} \qquad \mathbf{(5.6)}$$

І в нашому випадку

A=	[XY]-[X][Y]/n=	764,7418
B=	[X^2]-[x]^2/n=	2137,489865
C=	[Y^2]-[Y]^2/n =	273,844780

При цьому коефіцієнт кореляції r

$$r^2=A^2/BC \ , \qquad (5.7)$$

тобто

$$r = A/\sqrt{BC}\,. \qquad (5.8)$$

При цьому

r= 0,999127867,

що говорить про надто високий зв'язок між факторною Х і результуючою ознакою У. А це дає нам підстави вивести емпіричну формулу математичної моделі залежності ваги дітей від їх росту.

Таким чином, невідомий коефіцієнт b буде

$$b= A/B\,. \qquad (5.9)$$

І в нашому випадку

b=764,7418/2137,489865=0,357776.

Коефіцієнт а знайдемо за формулою

$$a= 1/n([У] – b[X]). \qquad (5.10)$$

При цьому

a = 1/10(201,282 **– 0,357776*1100)=** -19,227118,

тобто математична модель, розроблена в даній монографії, буде

$$y' = -19{,}227118 + 0{,}357776x \quad (5.11)$$

4. **Контроль зрівноваження**

Контроль зрівноваження виконується за формулою

$$[У^2] – b[УХ] – a[У] = [εε] \quad (6.1)$$

І в нашому випадку

4325,289 – 0,357776*22905,762 + 19,227118*201,282=0,23883,

а з другої сторони

[εε] = 0,2388292 ,

що говорить про коректність виконаної процедури строгого зрівноваження за способом найменших квадратів.

5. **Оцінка точності параметрів, отриманих із рішення системи нормальних рівнянь**

Середня квадратична похибка одиниці ваги розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-K}} \quad (7.1)$$

У формулі (7.1) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 10; K = 2$. ε- різниця між вирахуваним значенням y' і вихідним значенням y_i

$$\varepsilon_i = y_i' - y_i \quad (7.2)$$

Підставляючи у виведену нами, формулу (5.11) значення X спотвореної моделі отримаємо розрахункові значення y', які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень Y.

Середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами наших досліджень

μ= √(0,2388292/8)= 0,17278

Середня квадратична похибка коефіцієнта b

$$m_b = \mu\sqrt{(1/B)}, \quad (7.3)$$

де вага P коефіцієнта b розраховується за фомулою

$$P_b = (n[X^2] – [X][X])/n),$$

тобто

$$P_b = B. \quad (7.4)$$

І в нашому випадку

m_b = 0,17278√(1/2137,489865)= 0,0037372.

Середня квадратична похибка коефіцієнта a

$$m_a = \mu\sqrt{([X^2]/B*n)}, \quad (7.5)$$

де вага P коефіцієнта a розраховується за формулою

$$P\,a = (n[X^2] - [X][X])/[X^2]), \qquad (7.6)$$

тобто

$$P\,a = B^*n/[X^2]. \qquad (7.7)$$

І в нашому випадку

$$m_a = 0{,}17278\sqrt{(123137{,}49/2137{,}489865*10)} = 0{,}41470743.$$

Середню квадратичну похибку зрівноваженої функції У′ розраховують за формулою

$$m_{У'} = \sqrt{(m_b^{\,2}(X_{сп.} - [X]/n)^2 + \mu^2/n))}. \qquad (7.8)$$

Таблиця 5. Порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження

№	$x_{спотв}$	$y_{іст}$	$y'_{зрівноваж}$	$\varepsilon = y_i' - y_i$	ε^2
1	**86,4217**	11,930	11,692	-0,2375	0,05643
2	**92,6761**	13,752	13,930	0,1781	0,03173
3	**97,07302**	15,573	15,503	-0,0698	0,00487
4	**102,9173**	17,395	17,594	0,1992	0,03968
5	**107,7485**	19,217	19,323	0,1057	0,01116
6	**112,8932**	21,039	21,163	0,1243	0,01546
7	**117,1695**	22,861	22,693	-0,1677	0,02813
8	**122,3866**	24,683	24,560	-0,1232	0,01517
9	**127,4349**	26,505	26,366	-0,1390	0,01933
10	**133,2792**	28,327	28,457	0,1299	0,01688
n=10	**1100**	201,282	201,282	0,0000	0,23883

Використовуючи функцію ЛИНЕЙН, за результатами комп'ютерного розрахунку, отримали повністю автентичні результати:

0,3577756	-19,2271	**У=bx+**	a
0,0037372	0,414707	**mb**	ma
0,999	0,173	r²	my
9164,909	8,000	**Fстат.**	Dfст.св.
273,606	0,238829	**Регр.сум.кв**	Зал.сум.кв.

Таким чином, рівняння регресії значимо на рівні α =0,05 тому що критерій F розподілу Фішера-Снедекора

$$F = 9164{,}909 > F_{\alpha,1,7} = 5.59.$$

Враховуючи смисл S_R^2 *і* S^2, можна сказати, що значення F показує в якій мірі регресія краще оцінює значення залежної змінної У' в порівнянні із її середнім.

Значимість рівняння парної регресії для контролю може бути перевірена і другим способом, якщо оцінити значимість коефіцієнта регресії «в» (у=а+вх) , який має t-розподіл Стьюдента з к = n – 2 степенями свободи.

Рівняння парної лінійної регресії або коефіцієнт регресії «в» значимі
на рівні α (інакше – гіпотеза Но про рівність параметра β_1 нулю, тобто: Но :$\beta_1 = 0$, відкидається.), якщо фактично спостерігаємо значення статистики

$$t = \frac{b_1 - 0}{S}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \bar{X}\right)^2} \qquad (7.9)$$

більше критичного (по абсолютній величині), тобто

$$|t| > t_{1-\alpha;n-2}. \qquad (7.10)$$

Набираючи в MS Excel : «Сервис», «Анализ данных», «Парный двухвыборочный t – тест для средних», отримаємо

Парный двухвыборочный t-тест для средних		
	Переменная 1	*Переменная 2*
Парный двухвыборочный t-тест для средних		
	Переменная	*Переменная*

	1	2
Среднее	110	20,1282
Дисперсия	232,8032592	30,427198
Наблюдения	10	10
Корреляция Пирсона	0,99943108	
Гипотетическая разность средних	0	
df	9	
t-статистика	29,15848389	
P(T<=t) одностороннее	1,60047E-10	
t критическое одностороннее	1,833112923	
P(T<=t) двухстороннее	3,20094E-10	
t критическое двухстороннее	2,262157158	
	Х спотв.	Узрівн.

Таким чином, дисперсія по X Dx = 229.167, а середня квадратична похибка $m_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{232.803} = 15.258.$

При цьому $\sqrt{\left[(x-\bar{x})^2\right]} = \sqrt{(n-1)} * 15,258 = 45,774,\ де\ n = 10$ t – статистика для лінійної регресії буде

$$t = \frac{b}{\mu}\sqrt{\left[(x-\bar{x})^2\right]} = \frac{0,357776}{0.17278}45.774 = 94,78434.$$

Контролем має слугувати рівність

$F = t^2$.

94,78434 ^{2} =8984,072, а F = 9164,909.

Таким чином,

$t = 94,784 > t_{0.95;8} = 2.31$.

Надійні межі індексу кореляції визначаються через оцінки середньоквадратичного відхилення

$$m[R] = \frac{1-R}{\sqrt{n}}, \tag{7.11}$$

$$\Delta R = +/- t_\alpha m[R]. \tag{7.12}$$

І в нашому випадку

$$m[R] = \frac{1-0,999}{\sqrt{10}} = 0,0003,$$

$$\Delta R = (+/-)2,31 * 0,0003 = (+/-)0,0007.$$

Для парної лінійної регресії Y'=a+bx коефіцієнт еластичності знаходиться за формулою

$$K_x = \frac{(a+bx)'x}{y'}, \tag{7.13}$$

де штрихом у чисельнику позначена похідна, а в знаменнику – зрівноважене значення функції.

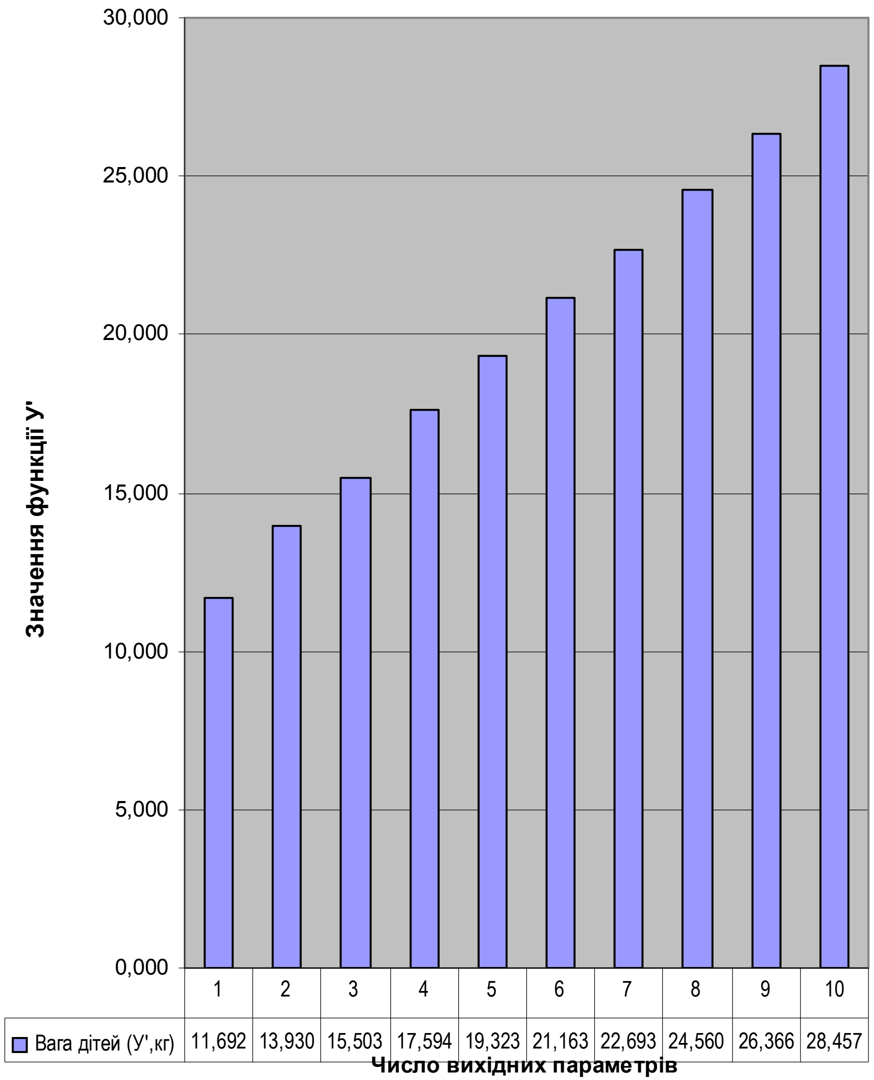
Або
$$K_x = \frac{bx}{y'}. \tag{7.14}$$

Так, наприклад, $K_{x5} = \frac{0,364387 \cdot 107,5}{19,217} = 2,038.$

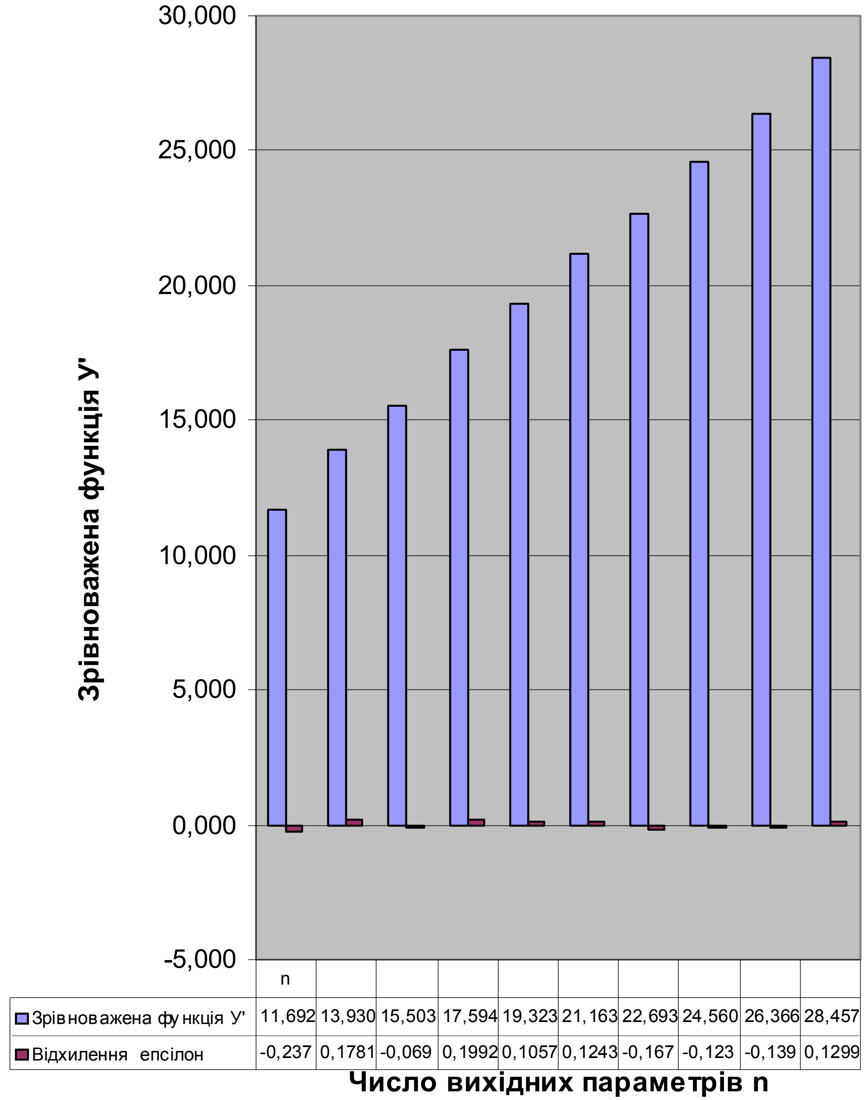
Коефіцієнт еластичності показує, на скільки відсотків зміниться показник «У», якщо фактор «Х» зміниться на один відсоток.

Для представлення діаграм необхідно активізувати відповідну діаграму у
розрахунковому файлі, копіювати її і перенести на відповідну сторінку доку-менту Word, виділити, повернути на 90^0 активізувати «Формат», «Рисунок»,
«Псевдо », «Масштаб 70%».

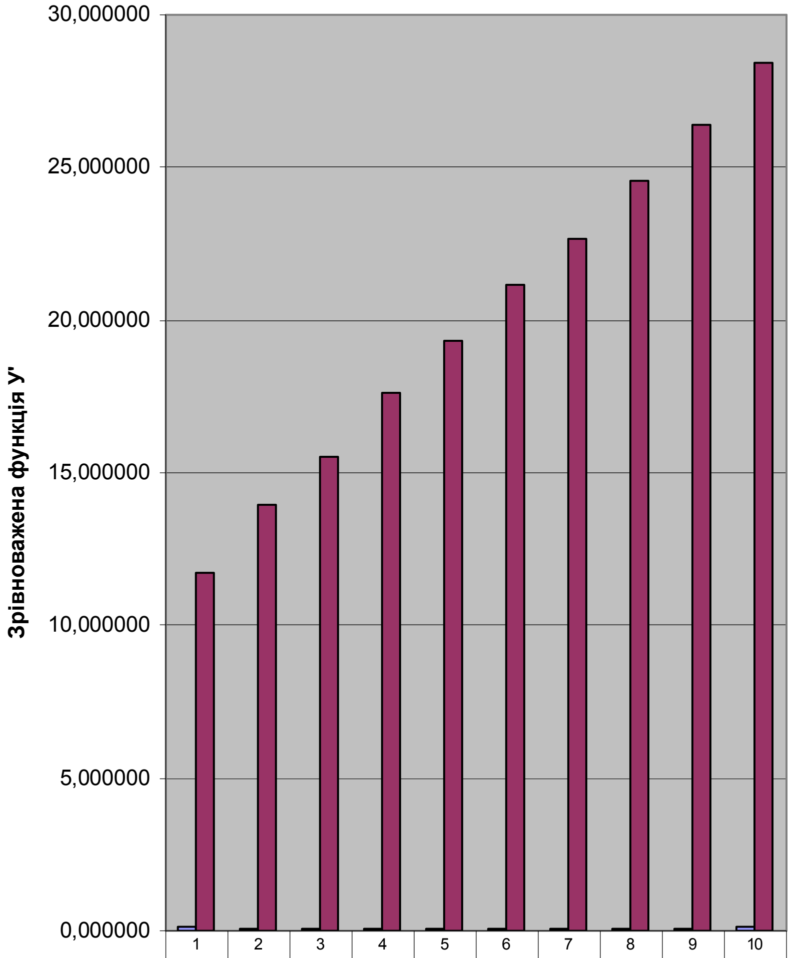
Зрівноважена функція У'



Зрівноважена функція У' і абсолютні похибки епсілон



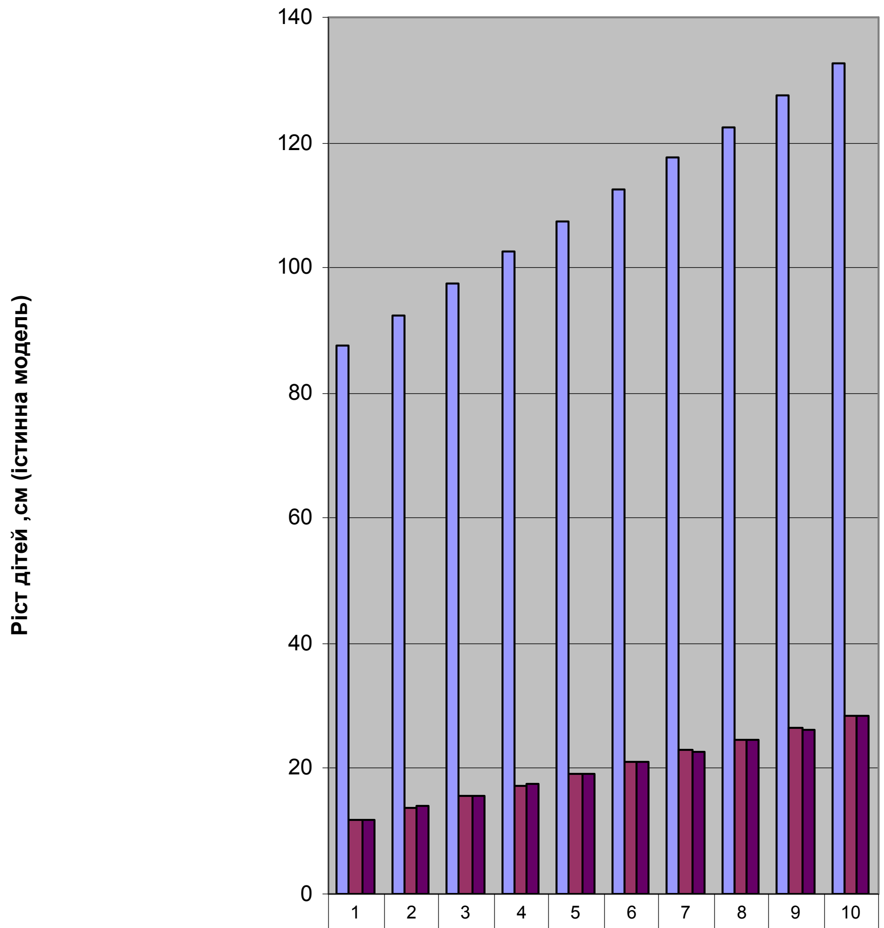
Математична модель і її похибки



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Середньоквадратичні похибки	0,103682	0,084717	0,072933	0,060712	0,055283	0,055698	0,060855	0,071612	0,085035	0,102734
Вага дітей (У',кг)	11,692	13,930	15,503	17,594	19,323	21,163	22,693	24,560	26,366	28,457

Середні квадратичні похибки

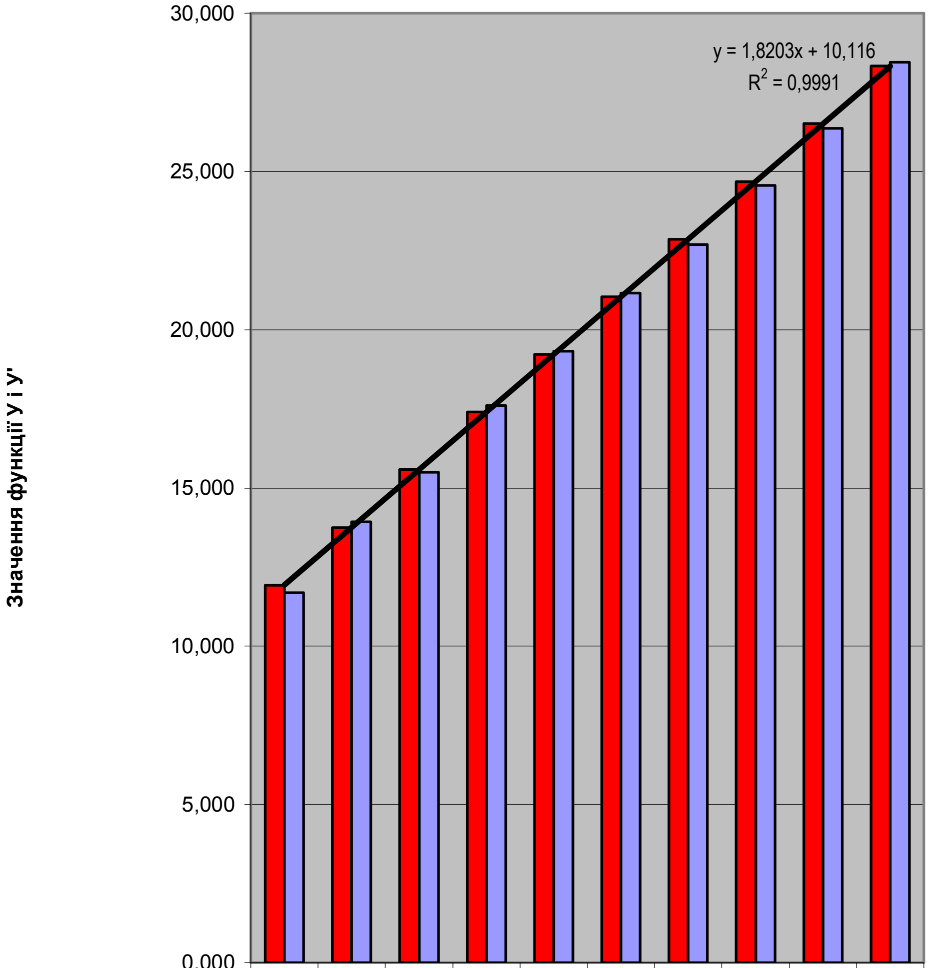
Ріст і вага дітей (істинна і зрівноважена модель)



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ріст дітей ,см (істинна модель)	87,5	92,5	97,5	102,5	107,5	112,5	117,5	122,5	127,5	132,5
Вага дітей,кг (істинна модель)	11,93	13,75	15,57	17,39	19,21	21,03	22,86	24,68	26,50	28,32
Вага дітей,кг(зрівн.модель)	11,69	13,93	15,50	17,59	19,32	21,16	22,69	24,56	26,36	28,45

Вага дітей.кг(істинна. і зрівнов. моделі)

Істинна (зліва) і побудована (справа) математичні моделі)



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Істинна модель,кг(У)	11,930	13,752	15,573	17,395	19,217	21,039	22,861	24,683	26,505	28,327
Зрівнов. Модель,кг(У')	11,692	13,930	15,503	17,594	19,323	21,163	22,693	24,560	26,366	28,457

Число вихідних параметрів

На першій діаграмі «Ріст і вага дітей (істинна модель)» першим рядом (лівим стовпчиком) представлена вага дітей (У, кг) , другим рядом (правим стовпчиком) представлені значення «Х, см» , отримані при побудові істинної моделі.

В другій діаграмі «Зрівноважена функція У`», наглядно представлена вага дітей побудованої в даній монографії математичній моделі.

На третій діаграмі «Зрівноважена функція У' і абсолютні похибки епсілон» показано, що абсолютні похибки незначно впливають на кінцевий результат і ними цілком можна нехтувати.

В четвертій діаграмі «Математична модель і її похибки» показано, що і середні квадратичні похибки, також, незначно впливають на саму модель і ними цілком можна нехтувати. .

На п'ятій діаграмі дано порівняння істинної і зрівноваженої математичної моделі, з якої неважко зробити висновок про адекватність даних моделей.

Шоста діаграма ілюструє лінію тренда побудованої математичної моделі із встановленим коефіцієнтом достовірності апроксимації R^2 =0.9991.До вписаної комп'ютером на діаграмі формули слід підходити з великою обережністю тому, що комп'ютер псевдовипад діаграму на свій розсуд і загадковим чином не вказав псевдовипад масштабування.

Висновки

На основі проведених досліджень в даній роботі:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель залежності ваги дітей від їх росту.
3. Математична модель апроксимована по способу найменших квадратів поліномом першого степеня.
4. Отримана формула

$$Y'=a+bX= -19{,}227118 +0{,}357776\ X$$

залежності ваги дітей **У** від їх росту **Х**.

5. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає 0,17278 кг;
   - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта a $m_a = 0{,}41470743$;
   - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта b при x $m_b = 0{,}0037372$;
   - середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m $_{\varphi}$

0,103682
0,084717
0,072933
0,060712
0,055283
0,055698
0,060855
0,071612
0,085035
0,102734

6. Розроблена методика підготовки істинних похибок наперед заданої точності.
7. Дана робота відкриває дорогу для проведення досліджень методом статистичних випробувань Монте Карло.

8. Вона дає можливість охопити велику аудиторію, тому що генеруються похибки індивідуально і вони не повторюються в других моделях.
9. Робота виконується вперше. Нам не відомі літературні джерела, де б виконувались аналогічні дослідження в психології і педагогіці..

Література

1.Васильченко І.П.,Васильченко З.М. Фінансова математика.-К.:Кондор,2007.

-184 с.2.Літнарович Р.М. Дослідження точності апроксимації результатів психолого-педагогічного експерименту методом статистичних випробувань Монте Карло.Ч.1.МЕГУ, Рівне,2006,-45с.

3.Літнарович Р.М. Спосіб найменших квадратів і його використання для обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів.Частина 1. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2006, - 75 с.

4.Літнарович Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів.Частина 2.Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2007,-110 с.

5. □севдо вип Р.М. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань □севдо випа. Істинна модель. Апроксимація поліномом першого степеня. МЕГУ, Рівне, 2009, -32 с.

6.Максименко С.Д., Е.Л. □севдо Експериментальна психологія (дидактичний тезаурус). Навчальний посібник –К.: МАУП, 2004, -128 с.

7.Смирнов А.В. Применение методов корреляционного анализа в педагоги-ческих исследованиях. Современные психолого-педагогические проблемы Высшей школы.Выпуск 1.Издательство Ленинградского univенрситета, □севдо ви, 1973,-с.96- 109.

8. Цимбалюк В.І., □сев А.Й., □сев Й.В. Сучасні аспекти проблеми обґрунтування фундаментальних принципів математичного моделювання , критеріальних процедур і метод діагностики математичних моделей в правовій інформатиці.-К.: НДЦПІ АпрН України, 2007.-42с.

ДОДАТКИ

Додаток 1.Генерування псевдовипадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

0	**0,447**	**-0,447**	**0,199809**	**-1,0783**	**1,16273481**
0,52	**0,447**	**0,073**	**0,005329**	**0,176**	**0,03101068**
0,27	**0,447**	**-0,177**	**0,031329**	**-0,427**	**0,18231070**
0,62	**0,447**	**0,173**	**0,029929**	**0,417**	**0,17416378**
0,55	**0,447**	**0,103**	**0,010609**	**0,24847**	**0,06173623**
0,61	**0,447**	**0,163**	**0,026569**	**0,393**	**0,15461116**
0,31	**0,447**	**-0,137**	**0,018769**	**-0,3305**	**0,10922115**
0,4	**0,447**	**-0,047**	**0,002209**	**-0,113**	**0,01285468**
0,42	**0,447**	**-0,027**	**0,000729**	**-0,0651**	**0,00424222**
0,77	**0,447**	**0,323**	**0,104329**	**0,77918**	**0,60711459**
4,47	**Суми**	**-6E-16**	**0,42961**	**-1,2E-15**	**2,50000000**
ξ	$\bar{\xi}$	Δ'	$(\Delta')^2$	Δ	Δ^2

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі.

87,5	11,930	**-1,0783**	**86,4217**
92,5	13,752	**0,176**	**92,6761**
97,5	15,573	**-0,427**	**97,07302**
102,5	17,395	**0,417**	**102,9173**
107,5	19,217	**0,24847**	**107,7485**
112,5	21,039	**0,393**	**112,8932**
117,5	22,861	**-0,3305**	**117,1695**
122,5	24,683	**-0,113**	**122,3866**
127,5	26,505	**-0,0651**	**127,4349**
132,5	28,327	**0,77918**	**133,2792**
1100	201,282	**-1,2E-15**	**1100**
G	**H**	**E**	**I**
		Істинні	
Хексп.=Хіст.	**У іст.**	**похибки**	**Хспотв.**

Додаток 3. Розрахункова таблиця.

11,930	**86,4217**	1	7468,71	1031,011	142,325
13,752	**92,6761**	1	8588,86	1274,482	189,118
15,573	**97,07302**	1	9423,17	1511,718	242,52
17,395	**102,9173**	1	10591,98	1790,247	302,59
19,217	**107,7485**	1	11609,73	2070,602	369,29
21,039	**112,8932**	1	12744,88	2375,160	442,64
22,861	**117,1695**	1	13728,69	2678,612	522,6
24,683	**122,3866**	1	14978,49	3020,869	609,3
26,505	**127,4349**	1	16239,65	3377,661	702,52
28,327	**133,2792**	1	17763,34	3775,399	802,42
201,282	**1100**	10	123137,49	22905,762	4325,289
H	**I**	**J**	**K**	**L**	**M**
Уіст.	**Хспотв.**	**X0**	**X^2**	**Y*X**	**Y^2**

Додаток 4. Розрахунок коефіцієнта кореляції

Розрахунок	коефіцієнта	A=	[XY]-[X][Y]/n=	764,7418
Розрахунок	коефіцієнта	B=	[X^2]-([x]^2)/n=	2137,489865
Розрахунок	коефіцієнта	C=	[Y^2]-([Y]^2)/n=	273,844780
Розрахунок	коефіцієнта	кореляції	r^2=A^2/BC =	0,999127867
	r=√r^2=	0,999563838		

Додаток 5. Вільні члени нормальних рівнянь

[YX]=22905,8
[Y]= 201,282

Додаток 6. Розрахунок коефіцієнтів апроксимуючого поліному

Розрахунок	коефіцієнта	b	
	b=A/B=	0,357776	
Розрахунок	коефіцієнта a		
	a=1/n([Y]-b[X])=		-19,227118

Нами виведена формула за результатами теоретичних досліджень

Формула	побудованої моделі	математи	чної
Y'=a+bX=	-19,227118	+0,357776	X

Додаток 7. Оцінка точності функції φ $_{y'}$

$$m_{\varphi}=\sqrt{m_b^2\left[X_{cn.}-\frac{1}{n}\left[X\ \right]\right]^2+\mu^2/n}$$

mφ =	0,103682
	0,084717
	0,072933
	0,060712
	0,055283
	0,055698
	0,060855
	0,071612
	0,085035
	0,102734

Додаток 8. Контроль зрівноваження

[Y^2]-	b[YX]-	a[Y]=	0,2388292
[εε]=	0,2388292		

Додаток 9. Оцінка точності зрівноважених елементів

Середня	квадратична похибка одиниці ваги			
μ=√(	**[εε]/(n-k))=**		0,17278	
Середня	квадратична похибка коефіцієнта а			нта b
mb=	μ√(1/B)=	0,0037372		
Се редня квадратична похибка коефіцієнта в			коефіціє	нта a
ma=	μ√([x^2]/B*n)	0,41470743		
Вага	коефіцієнта	b		
Pb=	B=	2137,5		
Вага	коефіцієнта	a		
Pa=	B*n/[X^2]	0,17358563		

Додаток 10. Обернена матриця

0,00046784	-0,05146223
-0,05146223	5,76084555

Додаток 11.Таблиці Валецького О.О.

Variant No./ Random values

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0.14	0.15	0.92	0.65	0.35	0.89	0.79	0.32	0.38	0.46	0.26	0.43	0.38	0.32	0.79	0.5
0.28	0.84	0.19	0.71	0.69	0.39	0.93	0.75	0.1	0.58	0.2	0.97	0.49	0.44	0.59	0.23
0.07	0.81	0.64	0.06	0.28	0.62	0.08	0.99	0.86	0.28	0.03	0.48	0.25	0.34	0.21	0.17
0.06	0.79	0.82	0.14	0.8	0.86	0.51	0.32	0.82	0.3	0.66	0.47	0.09	0.38	0.44	0.6
0.95	0.5	0.58	0.22	0.31	0.72	0.53	0.59	0.4	0.81	0.28	0.48	0.11	0.17	0.45	0.02
0.84	0.1	0.27	0.01	0.93	0.85	0.21	0.1	0.55	0.59	0.64	0.46	0.22	0.94	0.89	0.54
0.93	0.03	0.81	0.96	0.44	0.28	0.81	0.09	0.75	0.66	0.59	0.33	0.44	0.61	0.28	0.47
0.56	0.48	0.23	0.37	0.86	0.78	0.31	0.65	0.27	0.12	0.01	0.9	0.91	0.45	0.64	0.85
0.66	0.92	0.34	0.6	0.34	0.86	0.1	0.45	0.43	0.26	0.64	0.82	0.13	0.39	0.36	0.07
0.26	0.02	0.49	0.14	0.12	0.73	0.72	0.45	0.87	0	0.66	0.06	0.31	0.55	0.88	0.17

Variant No./ Random values

17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
0.48	0.81	0.52	0.09	0.2	0.96	0.28	0.29	0.25	0.4	0.91	0.71	0.53	0.64	0.36	0.78
0.92	0.59	0.03	0.6	0.01	0.13	0.3	0.53	0.05	0.48	0.82	0.04	0.66	0.52	0.13	0.84
0.14	0.69	0.51	0.94	0.15	0.11	0.6	0.94	0.33	0.05	0.72	0.7	0.36	0.57	0.59	0.59
0.19	0.53	0.09	0.21	0.86	0.11	0.73	0.81	0.93	0.26	0.11	0.79	0.31	0.05	0.11	0.85

0.48	0.07	0.44	0.62	0.37	0.99	0.62	0.74	0.95	0.67	0.35	0.18	0.85	0.75	0.27	0.24
0.89	0.12	0.27	0.93	0.81	0.83	0.01	0.19	0.49	0.12	0.98	0.33	0.67	0.33	0.62	0.44
0.06	0.56	0.64	0.3	0.86	0.02	0.13	0.94	0.94	0.63	0.95	0.22	0.47	0.37	0.19	0.07
0.02	0.17	0.98	0.6	0.94	0.37	0.02	0.77	0.05	0.39	0.21	0.71	0.76	0.29	0.31	0.76
0.75	0.23	0.84	0.67	0.48	0.18	0.46	0.76	0.69	0.4	0.51	0.32	0	0.05	0.68	0.12
0.71	0.45	0.26	0.35	0.6	0.82	0.77	0.85	0.77	0.13	0.42	0.75	0.77	0.89	0.6	0.91

Variant No./ Random values

33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0.73	0.63	0.71	0.78	0.72	0.14	0.68	0.44	0.09	0.01	0.22	0.49	0.53	0.43	0.01	0.46
0.54	0.95	0.85	0.37	0.1	0.5	0.79	0.22	0.79	0.68	0.92	0.58	0.92	0.35	0.42	0.01
0.99	0.56	0.11	0.21	0.29	0.02	0.19	0.6	0.86	0.4	0.34	0.41	0.81	0.59	0.81	0.36
0.29	0.77	0.47	0.71	0.3	0.99	0.6	0.51	0.87	0.07	0.21	0.13	0.49	0.99	0.99	0.98
0.37	0.29	0.78	0.04	0.99	0.51	0.05	0.97	0.31	0.73	0.28	0.16	0.09	0.63	0.18	0.59
0.5	0.24	0.45	0.94	0.55	0.34	0.69	0.08	0.3	0.26	0.42	0.52	0.23	0.08	0.25	0.33
0.44	0.68	0.5	0.35	0.26	0.19	0.31	0.18	0.81	0.71	0.01	0	0.03	0.13	0.78	0.38
0.75	0.28	0.86	0.58	0.75	0.33	0.2	0.83	0.81	0.42	0.06	0.17	0.17	0.76	0.69	0.14
0.73	0.03	0.59	0.82	0.53	0.49	0.04	0.28	0.75	0.54	0.68	0.73	0.11	0.59	0.56	0.28
0.63	0.88	0.23	0.53	0.78	0.75	0.93	0.75	0.19	0.57	0.78	0.18	0.57	0.78	0.05	0.32

Variant No./ Random values

49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64
0.17	0.12	0.26	0.8	0	0.13	0.66	0.19	0.27	0.87	0.66	0.11	0.19	0.59	0.09	0.21
0.64	0.2	0.19	0.89	0.52	0.09	0.38	0.57	0.2	0.1	0.65	0.48	0.58	0.63	0.27	0.88
0.65	0.93	0.61	0.53	0.27	0.18	0.38	0.96	0.82	0.3	0.3	0.19	0.52	0.03	0.53	0.01
0.85	0.29	0.68	0.99	0.62	0.73	0.57	0.25	0.99	0.41	0.38	0.91	0.24	0.97	0.21	0.77
0.52	0.83	0.47	0.91	0.55	0.51	0.31	0.74	0.85	0.72	0.42	0.45	0.41	0.5	0.69	0.59
0.5	0.82	0.95	0.33	0.61	0.68	0.11	0.72	0.78	0.55	0.88	0.9	0.75	0.09	0.83	0.81
0.75	0.46	0.37	0.46	0.31	0.39	0.49	0.92	0.55	0.06	0.04	0	0.92	0.77	0.01	0.67
0.11	0.39	0	0.98	0.4	0.82	0.48	0.12	0.85	0.83	0.61	0.6	0.35	0.63	0.7	0.76
0.6	0.1	0.47	0.1	0.42	0.19	0.18	0.95	0.55	0.96	0.19	0.89	0.46	0.76	0.78	0.37
0.44	0.94	0.48	0.25	0.77	0.79	0.53	0.47	0.26	0.84	0.71	0.04	0.04	0.75	0.34	0.64

Variant No./ Random values

65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
0.62	0.08	0.04	0.66	0.84	0.25	0.9	0.69	0.49	0.12	0.93	0.31	0.36	0.77	0.02	0.89
0.89	0.15	0.21	0.04	0.75	0.21	0.62	0.05	0.69	0.66	0.02	0.4	0.58	0.03	0.81	0.5

0.19	0.35	0.11	0.25	0.33	0.82	0.43	0	0.35	0.58	0.76	0.4	0.24	0.74	0.96	0.47
0.32	0.63	0.91	0.41	0.99	0.27	0.26	0.04	0.26	0.99	0.22	0.79	0.67	0.82	0.35	0.47
0.81	0.63	0.6	0.09	0.34	0.17	0.21	0.64	0.12	0.19	0.92	0.45	0.86	0.31	0.5	0.3
0.28	0.61	0.82	0.97	0.45	0.55	0.7	0.67	0.49	0.83	0.85	0.05	0.49	0.45	0.88	0.58
0.69	0.26	0.99	0.56	0.9	0.92	0.72	0.1	0.79	0.75	0.09	0.3	0.29	0.55	0.32	0.11
0.65	0.34	0.49	0.87	0.2	0.27	0.55	0.96	0.02	0.36	0.48	0.06	0.65	0.49	0.91	0.19
0.88	0.18	0.34	0.79	0.77	0.53	0.56	0.63	0.69	0.8	0.74	0.26	0.54	0.25	0.27	0.86
0.25	0.51	0.81	0.84	0.17	0.57	0.46	0.72	0.89	0.09	0.77	0.77	0.27	0.93	0.8	0

Variant No./ Random values

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
0.81	0.64	0.7	0.6	0.01	0.61	0.45	0.24	0.91	0.92	0.17	0.32	0.17	0.21	0.47	0.72
0.35	0.01	0.41	0.44	0.19	0.73	0.56	0.85	0.48	0.16	0.13	0.61	0.15	0.73	0.52	0.55
0.21	0.33	0.47	0.57	0.41	0.84	0.94	0.68	0.43	0.85	0.23	0.32	0.39	0.07	0.39	0.41
0.43	0.33	0.45	0.47	0.76	0.24	0.16	0.86	0.25	0.18	0.98	0.35	0.69	0.48	0.55	0.62
0.09	0.92	0.19	0.22	0.21	0.84	0.27	0.25	0.5	0.25	0.42	0.56	0.88	0.76	0.71	0.79
0.04	0.94	0.6	0.16	0.53	0.46	0.68	0.04	0.98	0.86	0.27	0.23	0.27	0.91	0.78	0.6
0.85	0.78	0.43	0.83	0.82	0.79	0.67	0.97	0.66	0.81	0.45	0.41	0	0.95	0.38	0.83
0.78	0.63	0.6	0.95	0.06	0.8	0.06	0.42	0.25	0.12	0.52	0.05	0.11	0.73	0.92	0.98
0.48	0.96	0.08	0.41	0.28	0.48	0.86	0.26	0.94	0.56	0.04	0.24	0.19	0.65	0.28	0.5
0.22	0.21	0.06	0.61	0.18	0.63	0.06	0.74	0.42	0.78	0.62	0.2	0.39	0.19	0.49	0.45

Variant No./ Random values

97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
0.04	0.71	0.23	0.71	0.37	0.86	0.96	0.09	0.56	0.36	0.43	0.71	0.91	0.72	0.87	0.46
0.77	0.64	0.65	0.75	0.73	0.96	0.24	0.13	0.89	0.08	0.65	0.83	0.26	0.45	0.99	0.58
0.13	0.39	0.04	0.78	0.02	0.75	0.9	0.09	0.94	0.65	0.76	0.4	0.78	0.95	0.12	0.69
0.46	0.83	0.98	0.35	0.25	0.95	0.7	0.98	0.25	0.82	0.26	0.2	0.52	0.24	0.89	0.4
0.77	0.26	0.71	0.94	0.78	0.26	0.84	0.82	0.6	0.14	0.76	0.99	0.09	0.02	0.64	0.01
0.36	0.39	0.44	0.37	0.45	0.53	0.05	0.06	0.82	0.03	0.49	0.62	0.52	0.45	0.17	0.49
0.39	0.96	0.51	0.43	0.14	0.29	0.8	0.91	0.9	0.65	0.92	0.5	0.93	0.72	0.21	0.69
0.64	0.61	0.51	0.57	0.09	0.85	0.83	0.87	0.41	0.05	0.97	0.88	0.59	0.59	0.77	0.29
0.75	0.49	0.89	0.3	0.16	0.17	0.53	0.92	0.84	0.68	0.13	0.82	0.68	0.68	0.38	0.68
0.94	0.27	0.74	0.15	0.59	0.91	0.85	0.59	0.25	0.24	0.59	0.53	0.95	0.94	0.31	0.04

Variant No./ Random values

113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128

0.99	0.72	0.52	0.46	0.8	0.84	0.59	0.87	0.27	0.36	0.44	0.69	0.58	0.48	0.65	0.38
0.36	0.73	0.62	0.22	0.62	0.6	0.99	0.12	0.46	0.08	0.05	0.12	0.43	0.88	0.43	0.9
0.45	0.12	0.44	0.13	0.65	0.49	0.76	0.27	0.8	0.79	0.77	0.15	0.69	0.14	0.35	0.99
0.77	0	0.12	0.96	0.16	0.08	0.94	0.41	0.69	0.48	0.68	0.55	0.58	0.48	0.4	0.63
0.53	0.42	0.2	0.72	0.22	0.58	0.28	0.48	0.86	0.48	0.15	0.84	0.56	0.02	0.85	0.06
0.01	0.68	0.42	0.73	0.94	0.52	0.26	0.74	0.67	0.67	0.88	0.95	0.25	0.21	0.38	0.52
0.25	0.49	0.95	0.46	0.66	0.72	0.78	0.23	0.98	0.64	0.56	0.59	0.61	0.16	0.35	0.48
0.86	0.23	0.05	0.77	0.45	0.64	0.98	0.03	0.55	0.93	0.63	0.45	0.68	0.17	0.43	0.24
0.11	0.25	0.15	0.07	0.6	0.69	0.47	0.94	0.51	0.09	0.65	0.96	0.09	0.4	0.25	0.22
0.88	0.79	0.71	0.08	0.93	0.14	0.56	0.69	0.13	0.68	0.67	0.22	0.87	0.48	0.94	0.05

Variant No./ Random values

129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143	144
0.6	0.1	0.15	0.03	0.3	0.86	0.17	0.92	0.86	0.8	0.92	0.08	0.74	0.76	0.09	0.17
0.82	0.49	0.38	0.58	0.9	0.09	0.71	0.49	0.09	0.67	0.59	0.85	0.26	0.13	0.65	0.54
0.97	0.81	0.89	0.31	0.29	0.78	0.48	0.21	0.68	0.29	0.98	0.94	0.87	0.22	0.65	0.88
0.04	0.85	0.75	0.64	0.01	0.42	0.7	0.47	0.75	0.55	0.13	0.23	0.79	0.64	0.14	0.51
0.52	0.37	0.46	0.23	0.43	0.64	0.54	0.28	0.58	0.44	0.47	0.95	0.26	0.58	0.67	0.82
0.1	0.51	0.14	0.13	0.54	0.73	0.57	0.39	0.52	0.31	0.13	0.42	0.71	0.66	0.1	0.21
0.35	0.96	0.95	0.36	0.23	0.14	0.42	0.95	0.24	0.84	0.93	0.71	0.87	0.11	0.01	0.45
0.76	0.54	0.03	0.59	0.02	0.79	0.93	0.44	0.03	0.74	0.2	0.07	0.31	0.05	0.78	0.53
0.9	0.62	0.19	0.83	0.87	0.44	0.78	0.08	0.47	0.84	0.89	0.68	0.33	0.21	0.44	0.57
0.13	0.86	0.87	0.51	0.94	0.35	0.06	0.43	0.02	0.18	0.45	0.31	0.91	0.04	0.84	0.81

Variant No./ Random values

145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
0	0.53	0.7	0.61	0.46	0.8	0.67	0.49	0.19	0.27	0.81	0.91	0.19	0.79	0.39	0.95
0.2	0.61	0.41	0.96	0.63	0.42	0.87	0.54	0.44	0.06	0.43	0.74	0.51	0.23	0.71	0.81
0.92	0.17	0.99	0.98	0.39	0.1	0.15	0.91	0.95	0.61	0.81	0.46	0.75	0.14	0.26	0.91
0.23	0.97	0.48	0.94	0.09	0.07	0.18	0.64	0.94	0.23	0.19	0.61	0.56	0.79	0.45	0.2
0.8	0.95	0.14	0.65	0.5	0.22	0.52	0.31	0.6	0.38	0.81	0.93	0.01	0.42	0.09	0.37
0.62	0.13	0.78	0.55	0.95	0.66	0.38	0.93	0.77	0.87	0.08	0.3	0.39	0.06	0.97	0.92
0.07	0.73	0.46	0.72	0.21	0.82	0.56	0.25	0.99	0.66	0.15	0.01	0.42	0.15	0.03	0.06
0.8	0.38	0.44	0.77	0.34	0.54	0.92	0.02	0.6	0.54	0.14	0.66	0.59	0.25	0.2	0.14
0.97	0.44	0.28	0.5	0.73	0.25	0.18	0.66	0.6	0.02	0.13	0.24	0.34	0.08	0.81	0.9
0.71	0.04	0.86	0.33	0.17	0.34	0.64	0.96	0.51	0.45	0.39	0.05	0.79	0.62	0.68	0.56

Variant No./ Random values

161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176
0.1	0.05	0.5	0.81	0.06	0.65	0.87	0.96	0.99	0.81	0.63	0.57	0.47	0.36	0.38	0.4
0.52	0.57	0.14	0.59	0.1	0.28	0.97	0.06	0.41	0.4	0.11	0.09	0.71	0.2	0.62	0.8
0.43	0.9	0.39	0.75	0.95	0.15	0.67	0.71	0.57	0.7	0.04	0.2	0.33	0.78	0.69	0.93
0.6	0.07	0.23	0.05	0.58	0.76	0.31	0.76	0.35	0.94	0.21	0.87	0.31	0.25	0.14	0.71
0.2	0.53	0.29	0.28	0.19	0.18	0.26	0.18	0.61	0.25	0.86	0.73	0.21	0.57	0.91	0.98
0.41	0.48	0.48	0.82	0.91	0.64	0.47	0.06	0.09	0.57	0.52	0.7	0.69	0.57	0.22	0.09
0.17	0.56	0.71	0.16	0.72	0.29	0.1	0.98	0.16	0.9	0.91	0.52	0.8	0.17	0.35	0.06
0.71	0.27	0.48	0.58	0.32	0.22	0.87	0.18	0.35	0.2	0.93	0.53	0.96	0.57	0.25	0.12
0.1	0.83	0.57	0.91	0.51	0.36	0.98	0.82	0.09	0.14	0.44	0.21	0	0.67	0.51	0.03
0.34	0.67	0.11	0.03	0.14	0.12	0.67	0.11	0.13	0.69	0.9	0.86	0.58	0.51	0.63	0.98

Variant No./ Random values

177	178	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192
0.31	0.5	0.19	0.7	0.16	0.51	0.51	0.16	0.85	0.17	0.14	0.37	0.65	0.76	0.18	0.35
0.15	0.56	0.5	0.88	0.49	0.09	0.98	0.98	0.59	0.98	0.23	0.87	0.34	0.55	0.28	0.33
0.16	0.35	0.5	0.76	0.47	0.91	0.85	0.35	0.89	0.32	0.26	0.18	0.54	0.89	0.63	0.21
0.32	0.93	0.3	0.89	0.85	0.7	0.64	0.2	0.46	0.75	0.25	0.9	0.7	0.91	0.54	0.81
0.41	0.65	0.49	0.85	0.94	0.61	0.63	0.71	0.8	0.27	0.09	0.81	0.99	0.43	0.09	0.92
0.44	0.88	0.95	0.75	0.71	0.28	0.28	0.9	0.59	0.23	0.23	0.32	0.6	0.97	0.29	0.97
0.12	0.08	0.44	0.33	0.57	0.32	0.65	0.48	0.93	0.82	0.39	0.11	0.93	0.25	0.97	0.46
0.36	0.67	0.3	0.58	0.36	0.04	0.14	0.28	0.13	0.88	0.3	0.32	0.03	0.82	0.49	0.03
0.75	0.89	0.85	0.24	0.37	0.44	0.17	0.02	0.91	0.32	0.76	0.56	0.18	0.09	0.37	0.73
0.44	0.4	0.3	0.7	0.74	0.69	0.21	0.12	0.01	0.91	0.3	0.2	0.33	0.03	0.8	0.19

Variant No./ Random values

193	194	195	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208
0.76	0.21	0.1	0.11	0	0.44	0.92	0.93	0.21	0.51	0.6	0.84	0.24	0.44	0.85	0.96
0.37	0.66	0.98	0.38	0.95	0.22	0.86	0.84	0.78	0.31	0.23	0.55	0.26	0.58	0.21	0.31
0.44	0.95	0.76	0.85	0.72	0.62	0.43	0.34	0.41	0.89	0.3	0.39	0.68	0.64	0.26	0.24
0.34	0.1	0.77	0.32	0.26	0.97	0.8	0.28	0.07	0.31	0.89	0.15	0.44	0.11	0.01	0.04
0.46	0.82	0.32	0.52	0.71	0.62	0.01	0.05	0.26	0.52	0.27	0.21	0.11	0.66	0.03	0.96
0.66	0.55	0.73	0.09	0.25	0.47	0.11	0.05	0.57	0.85	0.37	0.63	0.46	0.68	0.2	0.65
0.31	0.09	0.89	0.65	0.26	0.91	0.86	0.2	0.56	0.47	0.69	0.31	0.25	0.7	0.58	0.63
0.56	0.62	0.01	0.85	0.58	0.1	0.07	0.29	0.36	0.06	0.59	0.87	0.64	0.86	0.11	0.79

0.1	0.45	0.33	0.48	0.85	0.03	0.46	0.11	0.36	0.57	0.68	0.67	0.53	0.24	0.94	0.41
0.66	0.8	0.39	0.62	0.65	0.79	0.78	0.77	0.18	0.55	0.6	0.84	0.55	0.29	0.65	0.41

Variant No./ Random values

209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220	221	222	223	224
0.26	0.65	0.4	0.85	0.3	0.61	0.43	0.44	0.43	0.18	0.58	0.67	0.69	0.75	0.14	0.56
0.61	0.4	0.68	0	0.7	0.02	0.37	0.87	0.76	0.59	0.13	0.44	0.01	0.71	0.27	0.49
0.47	0.04	0.2	0.56	0.22	0.3	0.53	0.89	0.94	0.56	0.13	0.14	0.07	0.11	0.27	0
0.04	0.07	0.85	0.47	0.33	0.26	0.99	0.39	0.08	0.14	0.54	0.66	0.46	0.45	0.88	0.07
0.97	0.27	0.08	0.26	0.68	0.3	0.63	0.43	0.28	0.58	0.78	0.56	0.98	0.3	0.52	0.35
0.8	0.89	0.33	0.06	0.57	0.57	0.4	0.67	0.95	0.45	0.71	0.63	0.77	0.52	0.54	0.2
0.21	0.14	0.95	0.57	0.61	0.58	0.14	0	0.25	0.01	0.26	0.22	0.85	0.94	0.13	0.02
0.16	0.47	0.15	0.5	0.97	0.92	0.59	0.23	0.09	0.9	0.79	0.65	0.47	0.37	0.61	0.25
0.51	0.76	0.56	0.75	0.13	0.57	0.51	0.78	0.29	0.66	0.64	0.54	0.77	0.91	0.74	0.5
0.11	0.29	0.96	0.14	0.89	0.03	0.04	0.63	0.99	0.47	0.13	0.29	0.62	0.1	0.73	0.4

Variant No./ Random values

225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
0.43	0.75	0.18	0.95	0.73	0.59	0.61	0.45	0.89	0.01	0.93	0.89	0.71	0.31	0.11	0.79
0.04	0.29	0.78	0.28	0.56	0.47	0.5	0.32	0.03	0.19	0.86	0.91	0.51	0.4	0.28	0.7
0.8	0.85	0.99	0.04	0.8	0.1	0.94	0.12	0.14	0.72	0.21	0.31	0.79	0.47	0.64	0.77
0.72	0.62	0.24	0.14	0.25	0.48	0.54	0.54	0.03	0.32	0.15	0.71	0.85	0.3	0.61	0.42
0.28	0.81	0.37	0.58	0.5	0.43	0.06	0.33	0.21	0.75	0.18	0.29	0.79	0.86	0.62	0.23
0.71	0.72	0.15	0.91	0.6	0.77	0.16	0.69	0.25	0.47	0.48	0.73	0.89	0.86	0.65	0.49
0.49	0.45	0.01	0.14	0.65	0.4	0.62	0.84	0.33	0.66	0.39	0.37	0.9	0.03	0.97	0.69
0.26	0.56	0.72	0.14	0.63	0.85	0.3	0.67	0.36	0.09	0.65	0.71	0.2	0.91	0.8	0.76
0.38	0.32	0.71	0.66	0.41	0.62	0.74	0.88	0.88	0	0.78	0.69	0.25	0.6	0.29	0.02
0.28	0.47	0.21	0.04	0.03	0.17	0.21	0.18	0.6	0.82	0.04	0.19	0	0.04	0.22	0.96

Variant No./ Random values

241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256
0.61	0.71	0.19	0.63	0.77	0.92	0.13	0.37	0.57	0.51	0.14	0.95	0.95	0.01	0.56	0.6
0.49	0.63	0.18	0.62	0.94	0.72	0.65	0.47	0.36	0.42	0.52	0.3	0.81	0.77	0.03	0.67
0.51	0.59	0.06	0.73	0.5	0.23	0.5	0.72	0.83	0.54	0.05	0.67	0.04	0.03	0.86	0.74
0.35	0.13	0.62	0.22	0.24	0.77	0.15	0.89	0.15	0.04	0.95	0.3	0.98	0.44	0.48	0.93
0.33	0.09	0.63	0.4	0.87	0.8	0.76	0.93	0.25	0.99	0.39	0.78	0.05	0.41	0.93	0.41
0.44	0.73	0.77	0.44	0.18	0.42	0.63	0.12	0.98	0.6	0.8	0.99	0.88	0.86	0.87	0.41

0.32	0.6	0.47	0.21	0.56	0.95	0.16	0.23	0.96	0.58	0.64	0.57	0.3	0.21	0.63	0.15
0.98	0.19	0.31	0.95	0.16	0.73	0.53	0.81	0.29	0.74	0.16	0.77	0.29	0.47	0.86	0.72
0.42	0.29	0.24	0.65	0.43	0.66	0.8	0.09	0.8	0.67	0.69	0.28	0.23	0.82	0.8	0.68
0.99	0.64	0	0.48	0.24	0.35	0.4	0.37	0.01	0.41	0.63	0.14	0.96	0.58	0.97	0.94

Variant No./ Random values

257	258	259	260	261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272
0.09	0.24	0.32	0.37	0.89	0.69	0.07	0.06	0.97	0.79	0.42	0.23	0.62	0.5	0.82	0.21
0.68	0.89	0.57	0.38	0.37	0.98	0.62	0.3	0.01	0.59	0.37	0.76	0.47	0.16	0.51	0.22
0.89	0.35	0.78	0.6	0.15	0.88	0.16	0.17	0.55	0.78	0.29	0.73	0.52	0.33	0.44	0.6
0.42	0.81	0.51	0.26	0.27	0.2	0.37	0.34	0.31	0.46	0.53	0.19	0.77	0.77	0.41	0.6
0.31	0.99	0.06	0.65	0.54	0.18	0.76	0.39	0.79	0.29	0.33	0.44	0.19	0.52	0.15	0.41
0.34	0.18	0.99	0.48	0.54	0.44	0.73	0.45	0.67	0.38	0.31	0.62	0.49	0.93	0.41	0.91
0.31	0.81	0.48	0.09	0.27	0.77	0.71	0.03	0.86	0.38	0.77	0.34	0.31	0.77	0.2	0.75
0.45	0.65	0.45	0.32	0.2	0.77	0.7	0.92	0.12	0.01	0.9	0.51	0.66	0.09	0.62	0.8
0.49	0.09	0.26	0.36	0.01	0.97	0.59	0.88	0.28	0.16	0.13	0.32	0.31	0.66	0.63	0.65
0.28	0.61	0.93	0.26	0.68	0.63	0.36	0.06	0.27	0.35	0.67	0.63	0.03	0.54	0.47	0.76

Variant No./ Random values

273	274	275	276	277	278	279	280	281	282	283	284	285	286	287	288
0.28	0.03	0.5	0.45	0.07	0.77	0.23	0.55	0.47	0.1	0.58	0.59	0.54	0.87	0.02	0.79
0.08	0.14	0.35	0.62	0.4	0.14	0.51	0.71	0.8	0.62	0.46	0.43	0.62	0.67	0.94	0.56
0.12	0.75	0.31	0.81	0.34	0.07	0.83	0.3	0.33	0.62	0.54	0.23	0.27	0.83	0.94	0.49
0.75	0.38	0.24	0.37	0.2	0.58	0.35	0.31	0.14	0.77	0.11	0.99	0.26	0.06	0.38	0.13
0.34	0.67	0.76	0.87	0.96	0.95	0.97	0.03	0.09	0.83	0.39	0.13	0.07	0.71	0.09	0.87
0.04	0.08	0.59	0.13	0.37	0.46	0.41	0.44	0.28	0.22	0.77	0.26	0.34	0.65	0.94	0.7
0.47	0.45	0.87	0.84	0.77	0.87	0.2	0.19	0.27	0.71	0.52	0.8	0.73	0.17	0.67	0.9
0.77	0.07	0.15	0.72	0.13	0.44	0.47	0.3	0.6	0.57	0	0.73	0.34	0.92	0.43	0.69
0.31	0.13	0.83	0.5	0.49	0.31	0.63	0.12	0.84	0.04	0.25	0.12	0.19	0.25	0.65	0.17
0.98	0.06	0.94	0.11	0.35	0.28	0.01	0.31	0.47	0.01	0.3	0.47	0.81	0.64	0.37	0.88

Variant No./ Random values

289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304
0.51	0.85	0.29	0.09	0.28	0.54	0.52	0.01	0.16	0.58	0.39	0.34	0.19	0.65	0.62	0.13
0.49	0.14	0.34	0.15	0.95	0.62	0.58	0.65	0.86	0.55	0.7	0.55	0.26	0.9	0.49	0.65
0.2	0.98	0.58	0.03	0.38	0.5	0.72	0.24	0.26	0.48	0.29	0.39	0.72	0.85	0.84	0.78
0.31	0.63	0.05	0.77	0.77	0.56	0.06	0.88	0.87	0.64	0.46	0.24	0.82	0.46	0.85	0.79

0.26	0.03	0.95	0.35	0.27	0.73	0.48	0.03	0.04	0.8	0.29	0	0.58	0.76	0.07	0.58
0.25	0.1	0.47	0.47	0.09	0.16	0.43	0.96	0.13	0.62	0.67	0.6	0.44	0.92	0.56	0.27
0.42	0.04	0.2	0.83	0.2	0.85	0.66	0.11	0.9	0.62	0.54	0.54	0.33	0.72	0.13	0.15
0.35	0.95	0.84	0.5	0.68	0.77	0.24	0.6	0.29	0.01	0.61	0.87	0.66	0.79	0.52	0.4
0.61	0.63	0.42	0.52	0.25	0.77	0.19	0.54	0.29	0.16	0.29	0.91	0.93	0.06	0.45	0.53
0.77	0.99	0.14	0.03	0.73	0.4	0.43	0.28	0.75	0.26	0.28	0.88	0.96	0.39	0.95	0.87

Variant No./ Random values

305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
0.94	0.75	0.72	0.91	0.74	0.64	0.26	0.35	0.74	0.55	0.25	0.4	0.79	0.09	0.14	0.51
0.35	0.71	0.11	0.36	0.94	0.1	0.91	0.19	0.39	0.32	0.51	0.91	0.07	0.6	0.2	0.82
0.52	0.02	0.61	0.87	0.98	0.53	0.18	0.87	0.7	0.58	0.42	0.97	0.25	0.91	0.67	0.78
0.13	0.14	0.96	0.99	0	0.9	0.19	0.21	0.16	0.97	0.17	0.37	0.27	0.84	0.76	0.84
0.72	0.68	0.6	0.84	0.9	0.03	0.37	0.7	0.24	0.24	0.29	0.16	0.51	0.3	0.05	0
0.51	0.68	0.32	0.33	0.64	0.35	0.03	0.89	0.51	0.7	0.29	0.89	0.39	0.22	0.33	0.45
0.17	0.22	0.01	0.38	0.12	0.8	0.69	0.65	0.01	0.17	0.84	0.4	0.87	0.45	0.19	0.6
0.12	0.12	0.28	0.59	0.93	0.71	0.62	0.31	0.3	0.17	0.11	0.44	0.48	0.46	0.4	0.9
0.38	0.9	0.64	0.49	0.54	0.44	0	0.61	0.98	0.69	0.07	0.54	0.85	0.16	0.02	0.63
0.27	0.5	0.52	0.98	0.34	0.91	0.87	0.4	0.78	0.66	0.8	0.88	0.18	0.33	0.85	0.1

Variant No./ Random values

321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336
0.22	0.83	0.34	0.5	0.85	0.04	0.86	0.08	0.25	0.03	0.93	0.02	0.13	0.32	0.19	0.71
0.55	0.18	0.43	0.06	0.35	0.45	0.5	0.07	0.66	0.82	0.82	0.94	0.93	0.04	0.13	0.77
0.65	0.52	0.79	0.39	0.75	0.17	0.54	0.61	0.39	0.53	0.98	0.46	0.83	0.39	0.36	0.38
0.3	0.47	0.46	0.11	0.99	0.66	0.53	0.85	0.81	0.53	0.84	0.2	0.56	0.85	0.33	0.86
0.21	0.86	0.72	0.52	0.33	0.4	0.28	0.3	0.87	0.11	0.23	0.28	0.27	0.89	0.21	0.25
0.07	0.71	0.26	0.29	0.46	0.32	0.29	0.56	0.39	0.89	0.89	0.89	0.35	0.82	0.11	0.67
0.45	0.62	0.7	0.1	0.21	0.83	0.56	0.46	0.22	0.01	0.34	0.96	0.71	0.51	0.88	0.19
0.09	0.73	0.03	0.81	0.19	0.8	0.04	0.97	0.34	0.07	0.23	0.96	0.1	0.36	0.85	0.4
0.66	0.43	0.19	0.39	0.5	0.97	0.9	0.19	0.06	0.99	0.63	0.95	0.52	0.45	0.3	0.05
0.45	0.05	0.8	0.68	0.55	0.01	0.95	0.67	0.3	0.22	0.92	0.19	0.13	0.93	0.39	0.18

Variant No./ Random values

337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352
0.56	0.8	0.34	0.49	0.03	0.98	0.2	0.59	0.55	0.1	0.02	0.26	0.35	0.35	0.36	0.19
0.2	0.41	0.99	0.47	0.45	0.53	0.85	0.93	0.81	0.02	0.34	0.39	0.55	0.44	0.95	0.97

0.78	0.37	0.79	0.02	0.37	0.42	0.16	0.17	0.27	0.11	0.17	0.23	0.64	0.34	0.35	0.43
0.94	0.78	0.22	0.18	0.18	0.52	0.86	0.24	0.08	0.51	0.4	0.06	0.66	0.04	0.43	0.32
0.58	0.88	0.56	0.98	0.67	0.05	0.43	0.15	0.47	0.06	0.96	0.57	0.47	0.45	0.85	0.5
0.33	0.23	0.23	0.34	0.21	0.07	0.3	0.15	0.45	0.94	0.05	0.16	0.55	0.37	0.9	0.68
0.66	0.27	0.33	0.37	0.99	0.58	0.51	0.15	0.62	0.57	0.84	0.32	0.29	0.88	0.27	0.37
0.23	0.19	0.89	0.87	0.57	0.14	0.15	0.95	0.78	0.11	0.19	0.63	0.58	0.33	0	0.59
0.4	0.87	0.3	0.68	0.12	0.16	0.02	0.87	0.64	0.96	0.28	0.67	0.44	0.6	0.47	0.74
0.64	0.91	0.59	0.95	0.05	0.49	0.73	0.74	0.25	0.62	0.69	0.01	0.04	0.9	0.37	0.78

Variant No./ Random values

353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363	364	365	366	367	368
0.19	0.86	0.83	0.59	0.38	0.14	0.65	0.74	0.12	0.68	0.04	0.92	0.56	0.48	0.79	0.85
0.56	0.14	0.53	0.72	0.34	0.78	0.67	0.33	0.03	0.9	0.46	0.88	0.38	0.34	0.36	0.34
0.65	0.53	0.79	0.49	0.86	0.41	0.92	0.7	0.56	0.38	0.72	0.93	0.17	0.48	0.72	0.33
0.2	0.83	0.76	0.01	0.12	0.3	0.29	0.91	0.13	0.67	0.93	0.86	0.27	0.08	0.94	0.38
0.79	0.93	0.62	0.01	0.62	0.95	0.15	0.41	0.33	0.71	0.42	0.48	0.92	0.83	0.07	0.22
0.01	0.26	0.9	0.14	0.75	0.46	0.68	0.47	0.65	0.35	0.76	0.16	0.47	0.73	0.79	0.46
0.75	0.2	0.04	0.9	0.75	0.71	0.55	0.52	0.78	0.19	0.65	0.36	0.21	0.32	0.39	0.26
0.4	0.61	0.6	0.13	0.63	0.58	0.15	0.59	0.07	0.42	0.2	0.2	0.2	0.31	0.87	0.27
0.76	0.05	0.27	0.72	0.19	0	0.55	0.61	0.48	0.42	0.55	0.51	0.87	0.92	0.53	0.03
0.43	0.51	0.39	0.84	0.42	0.53	0.22	0.34	0.15	0.76	0.23	0.36	0.1	0.64	0.25	0.06

Variant No./ Random values

369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380	381	382	383	384
0.39	0.04	0.97	0.5	0.08	0.65	0.62	0.71	0.09	0.53	0.59	0.19	0.46	0.58	0.97	0.51
0.41	0.31	0.03	0.48	0.22	0.76	0.93	0.06	0.24	0.74	0.35	0.36	0.32	0.56	0.91	0.6
0.78	0.15	0.47	0.81	0.81	0.15	0.28	0.43	0.66	0.79	0.57	0.06	0.11	0.08	0.61	0.53
0.31	0.5	0.44	0.52	0.12	0.74	0.73	0.92	0.45	0.44	0.94	0.54	0.23	0.68	0.28	0.86
0.06	0.13	0.4	0.84	0.14	0.86	0.37	0.76	0.7	0.09	0.61	0.2	0.71	0.51	0.24	0.91
0.4	0.43	0.02	0.72	0.53	0.86	0.07	0.64	0.82	0.36	0.34	0.14	0.33	0.46	0.23	0.51
0.89	0.75	0.76	0.64	0.52	0.16	0.41	0.37	0.67	0.96	0.9	0.31	0.49	0.5	0.19	0.1
0.85	0.75	0.98	0.44	0.23	0.91	0.98	0.62	0.91	0.64	0.21	0.93	0.99	0.49	0.07	0.23
0.62	0.34	0.64	0.68	0.44	0.11	0.73	0.94	0.03	0.26	0.59	0.18	0.4	0.44	0.37	0.8
0.51	0.33	0.38	0.94	0.52	0.57	0.42	0.39	0.95	0.08	0.29	0.65	0.91	0.22	0.85	0.08

Variant No./ Random values

385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400

0.55	0.58	0.21	0.57	0.25	0.03	0.1	0.71	0.25	0.7	0.12	0.66	0.83	0.02	0.4	0.29
0.29	0.52	0.52	0.2	0.11	0.87	0.26	0.76	0.75	0.62	0.2	0.41	0.54	0.2	0.51	0.61
0.84	0.16	0.34	0.84	0.75	0.65	0.16	0.99	0.98	0.11	0.61	0.41	0.01	0	0.29	0.96
0.07	0.83	0.86	0.9	0.92	0.91	0.6	0.3	0.28	0.84	0	0.26	0.91	0.04	0.14	0.07
0.92	0.88	0.62	0.15	0.07	0.84	0.24	0.51	0.67	0.09	0.08	0.7	0	0.69	0.92	0.82
0.12	0.06	0.6	0.41	0.83	0.71	0.8	0.65	0.35	0.56	0.72	0.52	0.53	0.25	0.67	0.53
0.28	0.61	0.29	0.1	0.42	0.48	0.77	0.61	0.82	0.58	0.29	0.76	0.51	0.57	0.95	0.98
0.47	0.03	0.56	0.22	0.26	0.29	0.34	0.86	0	0.34	0.15	0.87	0.22	0.98	0.05	0.34
0.98	0.96	0.5	0.22	0.62	0.91	0.74	0.87	0.88	0.2	0.27	0.34	0.2	0.92	0.22	0.24
0.53	0.39	0.85	0.62	0.64	0.76	0.69	0.14	0.9	0.55	0.62	0.84	0.25	0.03	0.91	0.27

Variant No./ Random values

401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416
0.57	0.71	0.02	0.84	0.02	0.79	0.98	0.06	0.63	0.65	0.82	0.54	0.88	0.92	0.64	0.88
0.02	0.54	0.56	0.61	0.01	0.72	0.96	0.7	0.26	0.64	0.07	0.65	0.59	0.04	0.29	0.09
0.94	0.56	0.81	0.5	0.65	0.26	0.53	0.05	0.37	0.18	0.29	0.41	0.27	0.03	0.36	0.93
0.13	0.78	0.51	0.78	0.6	0.9	0.4	0.7	0.86	0.67	0.11	0.49	0.65	0.58	0.34	0.34
0.34	0.76	0.93	0.38	0.57	0.81	0.71	0.13	0.86	0.45	0.58	0.73	0.67	0.81	0.23	0.01
0.45	0.87	0.68	0.71	0.26	0.6	0.34	0.89	0.13	0.9	0.95	0.62	0	0.99	0.39	0.36
0.1	0.31	0.02	0.91	0.61	0.61	0.52	0.88	0.13	0.84	0.37	0.9	0.99	0.04	0.23	0.17
0.47	0.33	0.63	0.94	0.8	0.45	0.75	0.93	0.14	0.93	0.14	0.05	0.29	0.76	0.34	0.75
0.74	0.81	0.19	0.35	0.67	0.09	0.11	0.01	0.37	0.75	0.17	0.21	0	0.8	0.31	0.55
0.9	0.24	0.85	0.3	0.9	0.66	0.92	0.03	0.76	0.71	0.92	0.2	0.33	0.22	0.9	0.94

Variant No./ Random values

417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432
0.33	0.46	0.76	0.85	0.14	0.22	0.14	0.47	0.73	0.79	0.39	0.37	0.51	0.7	0.34	0.43
0.66	0.19	0.91	0.04	0.03	0.37	0.51	0.11	0.73	0.54	0.71	0.91	0.85	0.5	0.46	0.44
0.9	0.26	0.36	0.55	0.12	0.81	0.62	0.28	0.82	0.44	0.62	0.57	0.59	0.16	0.33	0.3
0.39	0.1	0.72	0.25	0.38	0.37	0.42	0.18	0.21	0.4	0.88	0.35	0.08	0.65	0.73	0.91
0.77	0.15	0.09	0.68	0.28	0.87	0.47	0.82	0.65	0.69	0.95	0.99	0.57	0.44	0.9	0.66
0.17	0.58	0.34	0.41	0.37	0.52	0.23	0.97	0.09	0.68	0.34	0.08	0	0.53	0.55	0.98
0.49	0.17	0.54	0.17	0.38	0.18	0.83	0.99	0.94	0.46	0.97	0.48	0.67	0.62	0.65	0.51
0.65	0.82	0.76	0.58	0.48	0.35	0.88	0.45	0.31	0.42	0.77	0.56	0.87	0.9	0.02	0.9
0.95	0.17	0.02	0.83	0.52	0.97	0.16	0.34	0.45	0.62	0.12	0.96	0.4	0.43	0.52	0.31
0.17	0.6	0.06	0.65	0.1	0.12	0.41	0.2	0.06	0.59	0.75	0.58	0.51	0.27	0.61	0.78

Variant No./ Random values

433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448
0.58	0.38	0.29	0.2	0.41	0.97	0.48	0.44	0.23	0.6	0.8	0.07	0.19	0.3	0.45	0.76
0.18	0.93	0.23	0.49	0.22	0.92	0.79	0.65	0.01	0.98	0.75	0.18	0.72	0.12	0.72	0.67
0.5	0.79	0.81	0.25	0.54	0.7	0.95	0.89	0.04	0.55	0.63	0.57	0.92	0.12	0.21	0.03
0.33	0.46	0.69	0.74	0.99	0.23	0.56	0.3	0.25	0.49	0.47	0.8	0.24	0.9	0.11	0.41
0.95	0.21	0.23	0.82	0.81	0.53	0.09	0.11	0.4	0.79	0.07	0.38	0.6	0.25	0.15	0.22
0.74	0.29	0.95	0.81	0.8	0.72	0.47	0.16	0.25	0.91	0.66	0.85	0.45	0.13	0.33	0.12
0.39	0.48	0.04	0.94	0.7	0.79	0.11	0.91	0.53	0.26	0.73	0.43	0.02	0.82	0.44	0.18
0.6	0.41	0.42	0.63	0.63	0.95	0.48	0	0.04	0.48	0	0.26	0.7	0.49	0.62	0.48
0.2	0.17	0.92	0.89	0.64	0.76	0.69	0.75	0.83	0.18	0.32	0.71	0.31	0.42	0.51	0.7
0.29	0.69	0.23	0.48	0.89	0.62	0.76	0.68	0.44	0.03	0.23	0.26	0.09	0.27	0.52	0.49

Variant No./ Random values

449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464
0.6	0.35	0.79	0.96	0.46	0.92	0.56	0.5	0.49	0.36	0.81	0.83	0.6	0.9	0.03	0.23
0.8	0.92	0.93	0.45	0.95	0.88	0.97	0.06	0.95	0.36	0.53	0.49	0.4	0.6	0.34	0.02
0.16	0.65	0.44	0.37	0.55	0.89	0	0.45	0.63	0.28	0.82	0.25	0.05	0.45	0.25	0.56
0.4	0.56	0.44	0.82	0.46	0.51	0.51	0.87	0.54	0.71	0.19	0.62	0.18	0.44	0.39	0.65
0.82	0.53	0.37	0.54	0.38	0.85	0.69	0.09	0.41	0.13	0.03	0.15	0.09	0.52	0.61	0.79
0.37	0.8	0.02	0.97	0.41	0.2	0.76	0.65	0.14	0.79	0.39	0.42	0.59	0.02	0.98	0.96
0.95	0.94	0.69	0.95	0.56	0.57	0.61	0.21	0.86	0.56	0.19	0.67	0.33	0.78	0.62	0.36
0.25	0.61	0.25	0.21	0.63	0.2	0.86	0.28	0.69	0.22	0.21	0.03	0.27	0.48	0.89	0.21
0.86	0.54	0.36	0.48	0.02	0.29	0.67	0.8	0.7	0.57	0.65	0.61	0.51	0.44	0.63	0.2
0.46	0.92	0.79	0.06	0.82	0.12	0.07	0.38	0.83	0.77	0.81	0.42	0.33	0.56	0.28	0.23

Variant No./ Random values

465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
0.6	0.89	0.63	0.2	0.8	0.68	0.22	0.24	0.68	0.01	0.22	0.48	0.26	0.11	0.77	0.18
0.58	0.96	0.38	0.14	0.09	0.18	0.39	0.03	0.67	0.36	0.72	0.22	0.08	0.88	0.32	0.15
0.13	0.75	0.56	0	0.37	0.27	0.98	0.39	0.4	0.04	0.15	0.29	0.7	0.02	0.87	0.83
0.07	0.66	0.7	0.94	0.44	0.74	0.56	0.01	0.34	0.55	0.64	0.17	0.25	0.43	0.7	0.9
0.69	0.79	0.39	0.61	0.22	0.57	0.14	0.29	0.89	0.46	0.71	0.54	0.35	0.78	0.46	0.87
0.88	0.61	0.44	0.45	0.81	0.23	0.14	0.59	0.35	0.71	0.98	0.49	0.22	0.52	0.84	0.71
0.6	0.5	0.49	0.22	0.12	0.42	0.47	0.01	0.41	0.21	0.47	0.8	0.57	0.34	0.55	0.1
0.5	0.08	0.01	0.9	0.86	0.99	0.6	0.33	0.02	0.76	0.34	0.78	0.7	0.81	0.08	0.17

0.54	0.5	0.11	0.93	0.07	0.14	0.12	0.23	0.39	0.08	0.66	0.39	0.38	0.33	0.95	0.29
0.42	0.57	0.86	0.9	0.5	0.76	0.43	0.1	0.06	0.38	0.35	0.19	0.83	0.43	0.89	0.34

Variant No./ Random values

481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496
0.15	0.96	0.13	0.18	0.54	0.34	0.75	0.46	0.49	0.55	0.69	0.78	0.1	0.38	0.29	0.3
0.97	0.16	0.46	0.51	0.43	0.84	0.07	0	0.7	0.73	0.6	0.41	0.12	0.37	0.35	0.99
0.84	0.34	0.52	0.25	0.16	0.1	0.5	0.7	0.27	0.05	0.62	0.35	0.26	0.6	0.12	0.76
0.48	0.48	0.3	0.84	0.07	0.61	0.18	0.3	0.13	0.05	0.27	0.93	0.2	0.54	0.27	0.46
0.28	0.65	0.4	0.36	0.03	0.67	0.45	0.32	0.86	0.51	0.05	0.7	0.65	0.87	0.48	0.82
0.25	0.69	0.81	0.57	0.93	0.67	0.89	0.76	0.69	0.74	0.22	0.05	0.75	0.05	0.96	0.83
0.44	0.08	0.69	0.73	0.5	0.2	0.14	0.1	0.2	0.67	0.23	0.58	0.5	0.2	0.07	0.24
0.52	0.25	0.63	0.26	0.51	0.34	0.1	0.55	0.92	0.4	0.19	0.02	0.74	0.21	0.62	0.48
0.43	0.91	0.4	0.35	0.99	0.89	0.53	0.53	0.94	0.59	0.09	0.44	0.07	0.04	0.69	0.12
0.09	0.14	0.09	0.38	0.7	0.01	0.26	0.45	0.6	0.01	0.62	0.37	0.42	0.88	0.02	0.1

С а б а д о ш С в і т л а н а М и х а й л і в н а

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ РОСТОМ І ВАГОЮ ДІТЕЙ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО

Модель 81КІН-М53

Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в редакторі Microsoft®Office® Word 2003 С.М.Сабадош

Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет ім.акад. Степана Дем'янчука

Кафедра Математичного моделювання

33027,м.Рівне,Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua